

# Trabajo Fin de Grado Grado en Ingeniería Aeroespacial

## Modelo Propulsivo Flexible de un Turbohélice de Doble Eje Híbrido

Autor: Rafael Bautista Linde

Tutor: Francisco J. Jiménez-Espadafor Aguilar

**Dpto. Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Modelo Propulsivo Flexible de un Turbohélice de Doble Eje Híbrido**

Autor:

Rafael Bautista Linde

Tutor:

Francisco J. Jiménez-Espadafor Aguilar

Catedrático de Universidad

Dpto. Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Grado:    Modelo Propulsivo Flexible de un  
Turbohélice de Doble Eje Híbrido

Autor:            Rafael Bautista Linde

Tutor:            Francisco J. Jiménez-Espadafor Aguilar

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Agradecimientos

---

**M**il gracias a mi familia porque tienen buena culpa de lo que hoy soy y de donde he llegado. A Isa por haberme acompañado en buena parte de este recorrido y porque en cierto modo el Título es compartido. Gracias también a mis amigos, en especial a los de la Uni, que han hecho de estos 4 intensos años una etapa inolvidable y repleta de risas. Sin duda, esta carrera marca para bien un antes y un después en mi persona.

Por último agradecer a mi tutor, Francisco J. Jiménez-Espadafor Aguilar, la oportunidad brindada para profundizar en un tema sumamente interesante y su apoyo constante a lo largo de este año para lograr completar este Proyecto, pero no solo a él sino al resto de docentes del Grado pues buena parte de mis conocimientos se los debo a ellos.

*Rafael Bautista Linde  
Sevilla, 2021*



# Resumen

---

Este Proyecto surge del interés por gozar de un mayor conocimiento acerca de la posibilidad de implementación de una plataforma híbrida de aeronave, en la que a la contribución de la turbina de gas convencional se suma la aportación de potencia por parte de un paquete eléctrico de baterías. En consonancia con la tendencia mundial en auge, el sector aeronáutico, como pionero que es, está en marcha hacia la búsqueda de aeronaves más respetuosas con el medio ambiente al reducir las emisiones de gases contaminantes asociadas. En este sentido, las aeronaves híbridas se plantean, en base al estado del arte actual en cuanto a baterías, como paso intermedio o previo a la consecución de diseños completamente eléctricos.

El análisis completo del problema que subyace requiere inicialmente de la implementación de los perfiles de vuelo a desarrollar por las aeronaves en cuestión, y es que a partir de ellos será deducida la evolución temporal de las demandas de potencia o consumo de fuel. El abanico de aviones al que se extiende el estudio abarca 3 aeronaves de muy diversa tipología y tonelaje con vistas a extraer conclusiones sobre la conveniencia de la hibridación en aplicaciones más concretas.

El modelado de los flujos energéticos que en cada instante han de existir para dar respuesta a las demandas de la aeronave precisa del desarrollo tanto de un modelo de motor como de la caracterización del apilamiento de baterías. En cuanto al motor, se iniciará con el estudio de su desempeño en condiciones de diseño para, a partir de ellas, permitir un correcto dimensionado de las turbomáquinas que conforman el motor y asegurar una adecuada actuación fuera del punto de diseño escogido. Por la naturaleza del módulo eléctrico, se desarrollarán las funciones pertinentes para modelar tanto la descarga de las baterías (potencia contribuyente a la propulsión de la aeronave) como su recarga con potencia procedente de la turbina de gas para así prolongar la capacidad de las mismas.

El objetivo último pasa por minimizar una serie de funciones objetivo como pudieran ser el fuel consumido o los gases contaminantes emitidos a la atmósfera haciendo para ello uso de funciones de optimización (del tipo de `fmincon`, `lsqnonlin`, `surrogate opt` o `genetic algorithm`) implementadas en MATLAB que actuando sobre el perfil de misión, discretizado en intervalos de tiempo acordes a la duración del segmento de vuelo, decida la fracción de potencia que en cada uno de ellos conviene que sea proporcionada por el módulo eléctrico, si prima el actuar como motor 100 % térmico o si en última instancia lo más provechoso sería la recarga de las baterías.



# Abstract

---

This Project arises from the concern about acquiring knowledge of the possibility of implementing a hybrid aircraft platform, in which the contribution of the conventional gas turbine is complemented by the power supply from an electric battery pack. In line with the growing global trend, the aeronautical sector, as a pioneer, is moving towards the search for more environmentally friendly aircrafts by reducing the associated emissions of polluting gases. In this sense, hybrid aircrafts are considered, based on the current state of the art in terms of batteries, as an intermediate or previous step to the achievement of fully electric designs.

The complete analysis of the underlying problem requires the initial implementation of the flight profiles to be developed by the aircraft in question, and it is from them that the temporal evolution of the power demands or fuel consumption will be deduced. The range of aircraft covered by the study includes 3 airplanes of very different types and tonnage with a view to drawing conclusions on the suitability of hybridization in some specific applications.

The modeling of the energy flows that must exist at each instant to meet the demands of the aircraft requires the development of both an engine model and the characterization of the battery stack. As for the engine, we will start with the study of its performance under design conditions in order to allow a correct sizing of the turbomachines that make up the engine and ensure an adequate performance outside the chosen design point. Due to the nature of the electric module, the pertinent functions will be developed to model both the discharge of the batteries (power contributing to the propulsion of the aircraft) and their recharge with power from the gas turbine to extend their capacity.

The ultimate objective is to minimize a series of objective functions such as fuel consumption or polluting gases emitted into the atmosphere by using optimization functions (such as `fmincon`, `lsqnonlin`, `surrogate opt` or genetic algorithm) implemented in MATLAB that act on the mission profile, discretized in time intervals according to the duration of the flight segment, to decide the fraction of power that in each of them should be provided by the electric module, if it is better to act as a 100% thermal engine or if ultimately the most profitable choice would be the recharge of the batteries.





# Índice

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
 <i>Índice de Figuras</i>	 IX
<i>Índice de Tablas</i>	XVII
<i>Notación</i>	XIX
 <b>1 Modelo dinámico de avión</b>	 <b>1</b>
1.1 Modelo de atmósfera	1
1.2 Modelo aerodinámico	2
1.2.1 Modelo de polar	3
1.2.2 Aeronaves seleccionadas y datos	6
1.3 Ecuaciones de la Mecánica del Vuelo	11
1.3.1 Despegue	12
Recorrido en tierra	12
Transición curvilínea	14
Subida rectilínea	15
1.3.2 Subida	16
1.3.3 Aceleración	18
1.3.4 Crucero	19
1.3.5 Descenso	20
1.3.6 Aterrizaje	21
Fase de descenso	22
Fase de flare	22
Fase de deceleración en tierra	23
 <b>2 Modelo eléctrico</b>	 <b>25</b>
2.1 Selección de baterías	32
2.1.1 Modelado de descarga de baterías	33
2.1.2 Modelado de recarga de baterías	38
Modo de Carga: CC/CV	39
 <b>3 Modelo de motor térmico</b>	 <b>43</b>
3.1 Motor en punto de diseño	46
Difusor de admisión / Toma dinámica (0→01)	53

Compresor (01→02)	54
Cámara de combustión (02→03)	55
Turbina (03→04)	56
Turbina de potencia & Tobera de salida (04→6)	57
3.1.1 Resolución numérica del ciclo	59
3.1.2 Selección del punto de diseño	61
3.2 Motor fuera de diseño	66
3.2.1 Compresor fuera de diseño	67
3.2.2 Turbina fuera de diseño	71
3.2.3 Hélice fuera de diseño	75
3.2.4 Escalado de las turbomáquinas y dimensionado de la hélice	77
3.2.5 Resolución del ciclo fuera de diseño	82
Difusor de admisión / Toma dinámica (0→01)	82
Compresor de baja (01→02)	82
Compresor de alta (02→02H)	84
Cámara de combustión (02H→03)	84
Turbina de alta (03→04)	85
Turbina de baja (04→05)	85
Turbina de potencia y hélice (05→06)	86
Tobera (06→7)	87
<b>4 Plataforma híbrida de aeronave</b>	<b>89</b>
4.1 Motor eléctrico	95
4.2 DC-DC	97
4.3 Resultados iniciales de la hibridación	98
<b>5 Perfiles de misión</b>	<b>107</b>
5.1 B200	107
5.1.1 Perfil de misión 1	107
5.1.2 Perfil de misión 2	110
5.2 ATR-72	112
5.2.1 Perfil de misión 1	113
5.2.2 Perfil de misión 2	115
5.2.3 Perfil de misión 3	115
5.3 A400M	116
5.3.1 Perfil de misión	116
<b>6 Optimización modelo híbrido de aeronave</b>	<b>119</b>
6.1 Optimización del B200	125
6.2 Optimización del ATR-72	136
6.3 Optimización del A400M	147
6.4 Conclusiones y desarrollos futuros	153
<b>Apéndice A Futuras mejoras en modelado de baterías</b>	<b>155</b>
A.1 Modelo de Shepherd	156
A.1.1 Estimación de los datos del modelo	157
<b>Apéndice B Tablas generalizadas para turbomáquinas y hélice fuera de diseño</b>	<b>161</b>
B.1 Compresor	161

---

B.2	Turbina de alta	162
B.3	Turbina de baja	163
B.4	Hélice	164
<i>Bibliografía</i>		165



# Índice de Figuras

---

1.1	Polar parabólica compensada y no compensada	3
1.2	Incremento de $C_D$ por la bajada del tren de aterrizaje	6
1.3	Imagen del B200	6
1.4	Planos tridimensionales del B200	7
1.5	Imagen del ATR-72	8
1.6	Planos tridimensionales del ATR-72	8
1.7	Imagen del A400M	9
1.8	Planos tridimensionales del A400M	10
1.9	Esquema del segmento de despegue	12
1.10	Función logística generalizada para la aceleración durante el recorrido en tierra en las misiones de cada uno de los aviones planteados	14
1.11	Esquema del aterrizaje	22
2.1	Energía específica y energía por unidad de volumen para una serie de fuentes de energía a bordo de un avión [18]	26
2.2	Cadenas de eficiencia	27
2.3	Esquema sobre el funcionamiento de una batería de ión-litio	28
2.4	Comparativa sobre la densidad energética de las principales baterías en el mercado.	29
2.5	Producción anual de baterías [23]	31
2.6	Especificaciones de modelos de batería de Thunder Sky [26]	32
2.7	Especificaciones modelo de batería UR18650NSX de Panasonic	32
2.8	Curvas de descarga de las baterías UR18650NSX de Panasonic	33
2.9	Esquema del proceso a seguir para la determinación del dimensionado del módulo eléctrico y diseño desarrollado en <i>CATIA V5</i> del aspecto que el apilamiento de las celdas de baterías podría presentar	37
2.10	Curva de descarga para segmentos de crucero y descenso	38
2.11	Modelado proceso de carga CC/CV	41
3.1	Comparativa de rendimiento propulsivo, rango de altitudes y velocidades entre turbohélice y turbofán	44
3.2	Empuje específico (a) y consumo específico (b) de distintas plantas motoras frente al número de Mach	45
3.3	Esquema (a) y diagrama h-s (b) de un turbohélice	47
3.4	Coeficientes para el desarrollo en serie en función de la temperatura del calor específico	49

3.5	Parámetros tecnológicos de los componentes de cada turbohélice	50
3.6	Diagrama h-s de un turbohélice ideal	51
3.7	Diagrama h-s detallado para la resolución de la turbina de potencia y la tobera en condición adaptada	59
3.8	Ecuaciones para la resolución numérica del ciclo	60
3.9	Comportamiento del Empuje específico con los parámetros del modelo	61
3.10	Comportamiento del empuje específico con los parámetros del modelo	62
3.11	$E_e$ y $TSFC$ en función de $\pi_c$ y de $\alpha$ para varios valores de $\theta$ en las condiciones de vuelo establecidas	63
3.12	Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el B200 en condiciones de crucero ( $h=9000$ ft y $V=130$ m/s)	65
3.13	Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el ATR en condiciones de crucero ( $h=18000$ ft y $V=146$ m/s)	65
3.14	Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el A400M en condiciones de crucero ( $h=30000$ ft y $V=200$ m/s)	66
3.15	Mapa de compresor generalizado representando la relación de compresión frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	68
3.16	Mapa de compresor generalizado representando el rendimiento isentrópico frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	69
3.17	Representación del mapa 3D para el compresor: rendimiento para distintos valores de gasto corregido y relación de compresión	69
3.18	Mapa de compresor generalizado representando la relación de compresión frente al gasto corregido con líneas de isorendimiento (amarillo), para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	70
3.19	Mapa de turbina generalizado representando la relación de expansión frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	72
3.20	Mapa de turbina generalizado representando la relación de expansión frente al gasto corregido por la velocidad de giro corregida, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	72
3.21	Mapa de turbina generalizado: rendimiento isentrópico de la frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	73
3.22	Mapa de turbina generalizado 3D: rendimiento frente a valores de gasto corregido y relación de expansión	73
3.23	Mapa de turbina generalizado con líneas de isorendimiento (amarillo) representando la relación de expansión frente al gasto corregido por el número de revoluciones corregida, para los rangos establecidos de los parámetros $\beta$ (en verde) y $N_c$ (en rojo)	73
3.24	Esquema con modo de proceder ante casos excepcionales en el escalado de turbomáquinas	74
3.25	Mapa generalizado de hélice con líneas de isorendimiento e isoángulo de hélice	76
3.26	Mapa de compresor con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño	80
3.27	Mapa de turbina con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño	80

3.28	Mapa de turbina de potencia con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño	80
3.29	Mapa de la hélice con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño	81
3.30	Tiempos de ejecución de los ciclos fuera de diseño en cada una de las aeronaves	88
4.1	Comparativa entre aeronave convencional y MEA [7]	90
4.2	Posibles arquitecturas de plataforma propulsiva con participación eléctrica	92
4.3	Esquema de los flujos energéticos en la plataforma híbrida a implementar en los aviones bajo estudio y sus posibles modos de operación	93
4.4	Motores eléctricos de corriente continua con y sin escobillas [5]	95
4.5	Mapa de eficiencia y potencia frente a revoluciones del motor EMRAX 208 High Voltage	96
4.6	Curvas de eficiencia del DC-DC [10]	97
4.7	Barrido de la función $f_{solve}$ para dimensionamiento de baterías en el A400M con un reparto de empujes del 50 %	99
4.8	Curvas de $P_1$ frente al alcance para los aviones analizados	100
4.9	Curvas de $P_2$ frente al alcance para los aviones analizados	101
4.10	Curvas de $P_3$ frente al alcance para los aviones analizados	102
4.11	Curvas de $P_3^*$ frente al alcance para los aviones analizados	103
4.12	Emisiones de $CO_2$ como función del alcance en el ATR-72	104
4.13	Curvas de iso- $CO_2$ en una gráfica del tipo empuje demandado en crucero frente al alcance para los distintos aviones con carga inicial de baterías 100 % limpia	105
5.1	Perfil de misión 1 para el B200	108
5.2	Perfil de misión 2 para el B200	111
5.3	Perfil de misión 1 para el ATR-72	113
5.4	Perfil de misión 2 para el ATR-72	115
5.5	Perfil de misión 3 para el ATR-72	115
5.6	Perfil de misión para el A400M	116
6.1	Esquema de los pasos a seguir para la optimización del problema	125
6.2	Alcance del vuelo para la misión ideada para el B200 bajo optimización y máximo alcance proporcionando $P_{bat} = 200kW$	126
6.3	Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión 1 del B200	128
6.4	Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200	128
6.5	Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200	129
6.6	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200	130
6.7	Vector solución de potencia de baterías de la segunda optimización para la misión 1 del B200	132
6.8	Comparativa de la masa de combustible consumida y la capacidad de las baterías con primera y segunda estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 1 del B200	133

6.9	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por la segunda optimización para la misión 1 del B200	133
6.10	Vector solución de potencia de baterías de la tercera optimización para la misión 1 del B200	134
6.11	Comparativa de la masa de combustible consumida y la capacidad de las baterías con primera y tercera estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 1 del B200	135
6.12	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por la tercera optimización para la misión 1 del B200	135
6.13	Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de $CO_2$ emitida con cada una de las optimizaciones y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en cada optimización	136
6.14	Vector solución de potencia de baterías proporcionado por la primera optimización para la misión 3 del ATR-72	138
6.15	Vector solución de potencia de baterías proporcionado por la segunda optimización para la misión 3 del ATR-72	138
6.16	Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con las estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 3 del ATR-72	139
6.17	Capacidad de las baterías con las dos estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 3 del ATR-72	140
6.18	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para las dos estrategias de hibridación optimizadas para la misión 3 del ATR-72	141
6.19	Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de $CO_2$ emitida con cada una de las optimizaciones y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en cada optimización	142
6.20	Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión 1 del ATR-72	143
6.21	Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del ATR-72	144
6.22	Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia óptima de hibridación para la misión 1 del ATR-72	144
6.23	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia óptima de hibridación para la misión 1 del ATR-72	145
6.24	Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de $CO_2$ emitida con la optimización y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en la optimización de la misión 1 del ATR-72	145
6.25	Desglose de pesos en un A400M con plataforma híbrida	148
6.26	Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión del A400M	149
6.27	Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia óptima de hibridación para la misión del A400M	150



---

6.28	Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión del A400M	151
6.29	Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia óptima de hibridación para la misión del A400M	151
6.30	Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de $CO_2$ emitida con la optimización y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en la optimización	152
A.1	Curva característica de descarga con divisiones según el modelo de Shepherd	155
A.2	Circuito interno de una batería	156
A.3	Curva de descarga con modelo de Shepherd y $R_{int}$ constante	158
A.4	Curva de descarga con modelo de Shepherd y $R_{int}$ variable	159



# Índice de Tablas

---

1.1	Longitudes características y factores de interferencia en el cálculo de $C_{D_0}$	5
2.1	Tabla comparativa sobre las características de baterías a implementar en automóviles y aeronaves [23]	31
3.1	Composición considerada para el aire y masas molares de cada uno de sus componentes	48
3.2	Valores de relación de compresión global en las aeronaves consideradas	63
3.3	Velocidades de giro y diámetro de la hélice de cada uno de los 3 aviones bajo estudio	76
3.4	Velocidades de giro de los ejes de cada uno de los 3 aviones bajo estudio	78
5.1	Resultados de mayor interés de cada una de las misiones planteadas	118
B.1	Gasto corregido en compresor	161
B.2	Rendimiento isentrópico en compresor	161
B.3	Relación de compresión en compresor	161
B.4	Entrada en bombeo en compresor	161
B.5	Gasto corregido en turbina de alta	162
B.6	Rendimiento isentrópico en turbina de alta	162
B.7	Presión mínima turbina de alta	162
B.8	Gasto corregido en turbina de baja	163
B.9	Rendimiento isentrópico en turbina de baja	163
B.10	Presión mínima en turbina de baja	163
B.11	Rendimiento propulsivo de la hélice	164
B.12	Ángulo de ataque de la hélice	164



# Notación

$h$	altitud / entalpía	TO	Take off
$\theta$	ángulo de asiento / grado de calentamiento	$E^*$	energía específica
$P$	presión	$\eta$	rendimiento
$\rho$	densidad	SOC	estado de carga
$g$	gravedad	$Q_{nom}$	capacidad nominal
$R$	cte. universal de los gases	$V$	voltaje
$L$	sustentación	$I$	intensidad
$D$	resistencia aerodinámica	$H_p$	poder calorífico
$T$	empuje	$s$	entropía
$V$	velocidad aerodinámica	$P, \dot{W}$	potencia
$S$	superficie de referencia	$\dot{m}$	gasto másico
$\alpha$	ángulo de ataque	$f$	dosado
$M$	Mach de vuelo	$\pi_c$	relación de compresión
$Re$	número de Reynolds	$N_c$	revoluciones corregidas
$\gamma$	coef. de dilatación adiabática / ángulo de asiento de la velocidad	$FE$	factor de escalado
$\Lambda$	alargamiento	$J$	parámetro de avance
$\Psi$	flecha del ala	$C_P$	coef. de potencia
$\chi$	ángulo de guiñada de la velocidad	$\Phi_H$	grado de hibridación
$\mu$	ángulo de balance		
$\varepsilon$	ángulo de ataque del empuje / porcentaje de sangrado	$n$	factor de carga
$V_{stall}$	velocidad de entrada en pérdida	$m_{bat}$	masa de baterías
$C_{L_{max}}$	coef. de sustentación máxima	Tm	tonelada
$e$	coef. de eficiencia de Oswald		
MTOW	peso máximo al despegue		
MZFW	peso máximo sin combustible		
$M_{fuel,max}$	peso máximo de fuel		
$\phi_N$	diámetro de góndola		
$m$	masa de la aeronave		
TSFC	Thrust Specific Fuel Consumption		
$E_e$	empuje específico		
$V_e$	velocidad equivalente		



# 1 Modelo dinámico de avión

En este capítulo se introduce el modelo dinámico de aeronave que será de utilidad a la hora de estudiar el comportamiento de la misma en el desarrollo de los distintos segmentos de vuelo. Del mismo modo, se definirá un modelo atmosférico a partir del cual determinar las propiedades del aire en cada instante dentro de la misión y un modelo de polar de la aeronave.

## 1.1 Modelo de atmósfera

Las características del medio fluido por el que se desplaza la aeronave a lo largo de la misión no resultan constantes, y es que temperatura, presión y densidad del aire serán una función de la altitud de vuelo. Por lo general, tales propiedades podrán ser asumidas constantes en ciertas operaciones de vuelo como pudiera ser el despegue, si bien, el análisis completo de la misión a desarrollar por la aeronave precisa de un modelo de atmósfera que permita determinar las condiciones de entrada del aire a la toma dinámica en función de la cota y velocidad de vuelo.

El modelo de atmósfera estándar internacional ISA (International Standard Atmosphere) proporciona la temperatura, presión y densidad del aire a partir de una serie de expresiones que son únicamente función de la altitud y que parten de considerar el aire como un gas perfecto.

**1. Troposfera:**  $0 < h < h_{11} = 11000m$  (altitud de la tropopausa)

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_0 - \alpha_T h \\ p &= p_0 \left( 1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0} \right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T}} \\ \rho &= \rho_0 \left( 1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0} \right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T} - 1}\end{aligned}\tag{1.1}$$

donde los valores al nivel del mar vienen dados por  $\theta_0 = 288.15 K$ ,  $p_0 = 1.01325 \cdot 10^5 N/m^2$ , y  $\rho_0 = 1.225 kg/m^3$ . Además intervienen la constante  $\alpha_T = 6.5 \cdot 10^{-3} K/m$ , la aceleración de la gravedad  $g = 9.80665 m/s^2$  y la constante del aire, que puede ser calculada a partir de la constante universal de los gases ideales y las fracciones molares del aire,  $R_a = 285.719 J/(kgK)$ .

**2. Estratosfera:**  $h > h_{11}$

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_{11} \\ p &= p_{11} \exp \left( - \frac{g(h - h_{11})}{R_a \theta_{11}} \right) \\ \rho &= \rho_{11} \exp \left( - \frac{g(h - h_{11})}{R_a \theta_{11}} \right)\end{aligned}\tag{1.2}$$

donde los valores en la tropopausa son  $\theta_{11} = 216.65 K$ ,  $p_{11} = 0.22632 \cdot 10^5 N/m^2$  y  $\rho_{11} = 0.3639 kg/m^3$ .

## 1.2 Modelo aerodinámico

La fuerza aerodinámica se obtiene como resultado del efecto de la presión y fricción que el flujo de aire ejerce sobre la superficie de un cuerpo en movimiento. La sustentación y resistencia se obtienen de descomponer dicha fuerza en las direcciones perpendicular y paralela al vector velocidad de la corriente incidente. El módulo de estas fuerzas responde a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = F(\alpha, \rho, V, M^2, Re, S) \\ D &= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = F(\alpha, \rho, V, M^2, Re, S) \end{aligned} \quad (1.3)$$

donde  $C_L$  y  $C_D$  son los coeficientes de sustentación y resistencia.

Mediante análisis dimensional de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del aire y las condiciones de contorno, se obtienen las siguientes dependencias funcionales:

$$\begin{aligned} C_L &= C_L(\alpha, M, Re) \\ C_D &= C_D(\alpha, M, Re) \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde  $M$  denota el número de Mach y  $Re$ , el número de Reynolds.

En lo que prosigue, se asumirá como hipótesis que los ángulos de ataque serán pequeños y, por tanto, la dependencia del coeficiente de sustentación con éste será lineal. En cuanto al número de Mach,  $M = V/a$  siendo  $a = \sqrt{\gamma R_a \theta(h)}$  la velocidad del sonido (con  $\gamma = 1.4$  para el aire), que depende de la temperatura y, en definitiva, del modelo de atmósfera empleado. La dependencia con el número de Mach puede despreciarse a bajas velocidades ( $M < 0.6$ ), mientras que se hace notable en régimen de vuelo cercano al transónico y puede implicar una caída importante del  $C_{Lmax}$ ; sin embargo, para las condiciones de vuelo en las que se espera que operen las aeronaves seleccionadas es a priori poco probable alcanzar estos efectos.

El coeficiente de sustentación se considera, por tanto, una función lineal con el ángulo de ataque hasta un valor de  $C_{Lmax}$  el cual se podrá obtener según los datos de velocidades de entrada en pérdida y geometría que se han logrado recopilar para los aviones considerados. En base a lo comentado anteriormente acerca de la relación con el número de Mach, se considerará que el valor de este coeficiente es invariante ante variaciones del Mach. Además, la dependencia con el Reynolds tampoco será considerada en este estudio pues requeriría de análisis en túneles de viento y técnicas de ensayo que se escapan de las posibilidades existentes.

El coeficiente de resistencia por otro lado, puede descomponerse a su vez en resistencia inducida, causada por el rebordeo en punta de ala, resistencia parásita cuyo origen es la fricción y resistencia de onda, propia del régimen supersónico, que no se producirá en los casos a tratar. En definitiva, se tiene que  $C_D = C_{D0} + C_{Di}$ .

La resistencia inducida es fuertemente dependiente de la geometría de la aeronave en cuestión y habría que considerar la asociada tanto a alas como a estabilizadores. Sin embargo, la resistencia inducida adicional por el estabilizador horizontal no será incluida aquí por simplicidad, al igual que tampoco lo será su efecto en el coeficiente de sustentación pues se estimará únicamente a partir de la superficie alar. En lo que a la relación con el Reynolds respecta, ésta es despreciada y puesto que



$C_{Lmax}$  no se considera que vaya a ser influido por el Mach de vuelo, la resistencia inducida tampoco dependerá de éste.

En cuanto a la resistencia parasitaria, al contrario de lo que ocurre en el caso de la resistencia inducida, la dependencia con el número de Reynolds pasa a jugar un papel relevante. Para el Mach de vuelo, a pesar de ser pequeña la dependencia se ha tenido en cuenta al poder ser introducida de manera sencilla. Además, este coeficiente depende fuertemente de la geometría de la totalidad de la aeronave y el análisis no puede limitarse únicamente a las alas, sino que se habrá de incluir la influencia de fuselaje, pylons, estabilizadores y los incrementos que en distintos segmentos de vuelo introducen tanto los dispositivos hipersustentadores como el tren de aterrizaje.

En la práctica se emplea el coeficiente de sustentación como variable en lugar de  $\alpha$ , de modo que resolviendo  $C_L$  para el  $\alpha$  en cuestión y sustituyendo en la expresión para el coeficiente de resistencia, se obtienen sendas relaciones del tipo:

$$\begin{aligned} C_L &= C_L(\alpha) \\ C_D &= C_D(C_L, M, Re) \end{aligned} \quad (1.5)$$

### 1.2.1 Modelo de polar

El modelo de polar permitirá calcular el coeficiente de resistencia a lo largo de la envolvente de vuelo en base a las condiciones de vuelo y al coeficiente de sustentación.

Una buena aproximación a la polar de una aeronave sería el uso de un modelo de 3 coeficientes: el coeficiente de resistencia parásita y una relación de primer y segundo orden con el coeficiente de sustentación. Sin embargo, ante el desconocimiento de la capacidad de sustentación de las aeronaves a ángulo de ataque nulo, se opta por un modelo de polar parabólica no compensada o simétrica.

$$C_D = C_{D_0}(M, Re) + k \cdot C_L^2(\alpha) \quad (1.6)$$

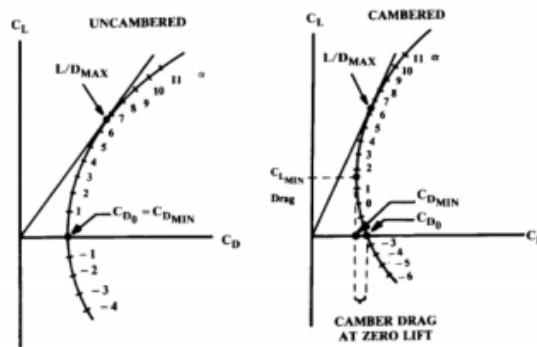


Figura 1.1 Polar parabólica compensada y no compensada.

De cara a estimar la resistencia con sustentación nula, se ha recurrido al conocido como método del área parásita equivalente. Dicho método se basa en estimar un área parásita equivalente total

considerando ésta como un sumatorio de las áreas de cada componente de la aeronave y un factor que añade un 10 % extra para considerar las diversas contribuciones.

$$C_{D_0} = \frac{1.1}{S_{wing}} \sum f_k \quad (1.7)$$

En el cálculo de las áreas equivalentes,  $f_k$ , resulta necesario determinar el coeficiente de fricción,  $c_{f_k}$ , de cada componente que será obtenido a partir de la fórmula para el caso de placa plana en régimen turbulento. Además, se incluye el efecto del espesor a través de los factores de forma  $FF_k$  y las interferencias entre superficies por medio de los factores de interferencia  $IF_k$ . Los efectos de compresibilidad debidos a altos números de Mach también pueden ser considerados con este modelo ( $CF_k$ ), aunque para los regímenes de trabajo pasarán desapercibidos en la mayoría de las aplicaciones. Uno de los principales problemas radica en la obtención de las superficies mojadas de cada uno de los componentes de las aeronaves que finalmente serán analizadas y que en cualquier caso no dejará de ser una estimación a groso modo.

Los factores de forma así como los de interferencias han podido ser tomados de la referencia [15]. En cuanto a las superficies mojadas, al igual que las longitudes características para el cálculo del Reynolds, éstas han sido estimadas a partir de los planos y datos geométricos que se tenían de cada aeronave, escalando y aproximando por superficies sencillas como trapecios, rectángulos o cilindros.

$$f_k = c_{f_k} \cdot CF_k \cdot FF_k \cdot IF_k \cdot S_{wet_k} \quad (1.8)$$

El coeficiente de fricción es calculado tal y como se adelantó en base a la siguiente expresión:

$$C_{f_k} = \frac{0.455}{(\log_{10} Re_k)^{2.58}} \quad (1.9)$$

donde el número de Reynolds es calculado como  $Re_k = \frac{\rho V l_k}{\mu}$ , siendo  $l_k$  la longitud característica del componente en cuestión.

En el cálculo de los factores de forma se recurre a las siguientes fórmulas para las cuales también se ha precisado de datos como las cuerdas o espesores medios. En aquellas aeronaves donde los perfiles alares resultaban desconocidos, estos valores han sido aproximados a partir de datos conocidos de algún avión similar en tonelaje y funcionalidad.

$$\begin{aligned} FF_W &= 1.0 + 1.6 \left( \frac{t}{c} \right)_w + 100 \left( \frac{t}{c} \right)_w^4 \\ FF_H &= 1.0 + 1.6 \left( \frac{t}{c} \right)_H + 100 \left( \frac{t}{c} \right)_H^4 \\ FF_V &= 1.0 + 1.6 \left( \frac{t}{c} \right)_V + 100 \left( \frac{t}{c} \right)_V^4 \\ FF_B &= 1.0 + \frac{60}{\left( \frac{l}{d} \right)_B^3} + 0.0025 \left( \frac{l}{d} \right)_B \\ FF_N &= 1.0 + \frac{0.35}{\left( \frac{l}{d} \right)_N} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Los factores de forma y las longitudes de referencia para el cálculo del Reynodls aparecen recogidos en la siguiente tabla (las longitudes características pueden ser asimismo apreciadas sobre el plano tridimensional del B200):

**Tabla 1.1** Longitudes características y factores de interferencia en el cálculo de  $C_{D_0}$ .

Parte aeronave	K	Longitud característica ( $l_k$ )	Factor de interferencia ( $IF_k$ )
Fuselaje	B	$l_B$	1.2
Alas	W	$\bar{c}_W$	1.2
E. Horizontal	H	$\bar{c}_H$	1.1
E. Vertical	V	$\bar{c}_V$	1.1
Pilones	N	$l_N$	1.3

Tras la explicación del modo de proceder para el cálculo del  $C_{D_0}$ , se pasa a comentar la estimación de la resistencia inducida. La resistencia inducida es muy dependiente del parámetro conocido como factor de eficiencia de Oswald,  $e$ , el cual es un indicativo de cómo de lejos se encuentra la distribución de sustentación para la forma en planta del ala en cuestión de la distribución elíptica ideal. El factor de Oswald presenta dependencia con el alargamiento, la flecha, el estrechamiento y la forma en planta del ala, con lo que un cálculo de un cierto rigor requeriría de hacer uso del método de Vortex Lattice, para el cual se precisa de un mallado preciso para las distintas geometrías. En su lugar, se optará por estimar este factor siguiendo una ecuación estática donde únicamente se considera la influencia del alargamiento y la flecha. Tras esta estimación se está en disposición de calcular el coeficiente de resistencia inducida, conocido el coeficiente de sustentación.

$$e = (1 - 0.045\Lambda^{0.68}) \cdot (1 - 0.227 \cdot \Psi^{1.625})$$

$$k = \frac{1}{\pi e \Lambda} \quad (1.11)$$

donde  $\Lambda = \frac{b^2}{S}$  hace referencia al alargamiento y  $\Psi$  es la flecha del ala a  $c/4$  del borde de ataque.

Anteriormente, se ha mencionado el que se considerarían también distintos incrementos de resistencia en función de la configuración de vuelo de la aeronave. En base a los datos que ha sido posible obtener de [22] se ha llegado a unos valores adecuados para los incrementos de resistencia generados por la presencia de flaps o del tren de aterrizaje. En el caso de los flaps, se ha discernido entre despegue y aterrizaje, y se ha incluido asimismo una estimación de la reducción del  $C_{Lmax}$  que se genera ante el despliegue de spoilers convencionales en aeronaves comerciales durante el aterrizaje.

$$\begin{aligned} \Delta C_{DflapsTO} &= 0.02 \\ \Delta C_{DflapsL} &= 0.08 \\ \Delta C_{DLG} &= 0.01 - 0.03 \\ C_{L,spoiler} &= \frac{C_{Lmax}}{1.23^2} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si bien es cierto que los spoilers también afectan a la resistencia parásita, el efecto del incremento sobre  $C_{D_0}$  queda compensado en cierto modo por la disminución de resistencia inducida, con lo que únicamente se ha incluido el efecto en la reducción del coeficiente de sustentación en la fase de aterrizaje.

En lo que al tren de aterrizaje respecta, el aumento en el coeficiente de resistencia es de algún modo proporcional al tamaño de la aeronave pues da una idea de las dimensiones que el tren debe presentar para ser capaz de soportar el peso de la misma y estará vinculado además a la deflexión de los flaps como se puede apreciar en el siguiente gráfico.

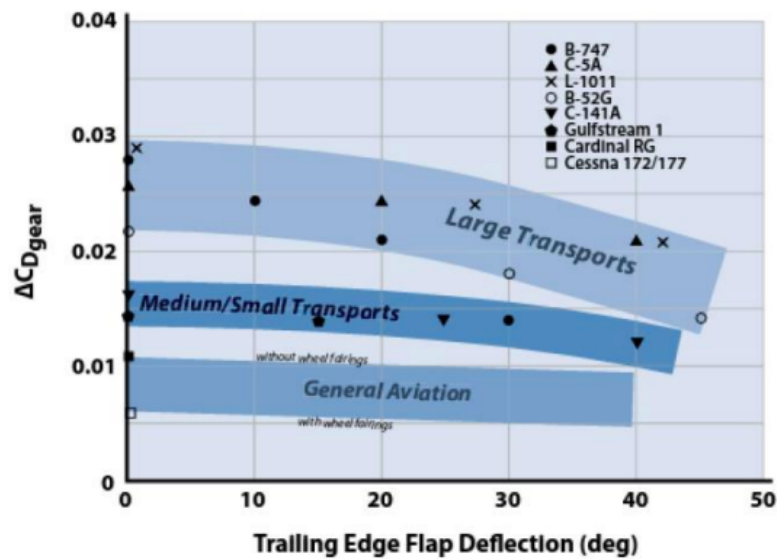


Figura 1.2 Incremento de  $C_D$  por la bajada del tren de aterrizaje.

### 1.2.2 Aeronaves seleccionadas y datos

En el marco de este Proyecto resulta de gran interés la inclusión de una serie de aeronaves de distinta tipología y características que permitan cubrir el abanico de posibilidades que se plantea de cara a la implementación de las baterías en un modelo híbrido de aeronave. En el desarrollo de los posteriores estudios se han escogido tres aeronaves propulsadas por turbohélices con el objetivo de cubrir un rango operativo alto y estar en consonancia con las pretensiones ecológicas de las plataformas híbridas al disponer de motores que a bajas velocidades son más eficientes en cuanto al consumo de combustible que un turbofán o turborreactor. La finalidad de seleccionar aeronaves de funcionalidad dispar es comprobar cómo de efectivo puede ser una solución de tipo híbrida para configuraciones con diferente peso en despegue y capacidad de carga de pago, que además harán uso de la energía eléctrica en diferentes rangos de vuelo y cotas.

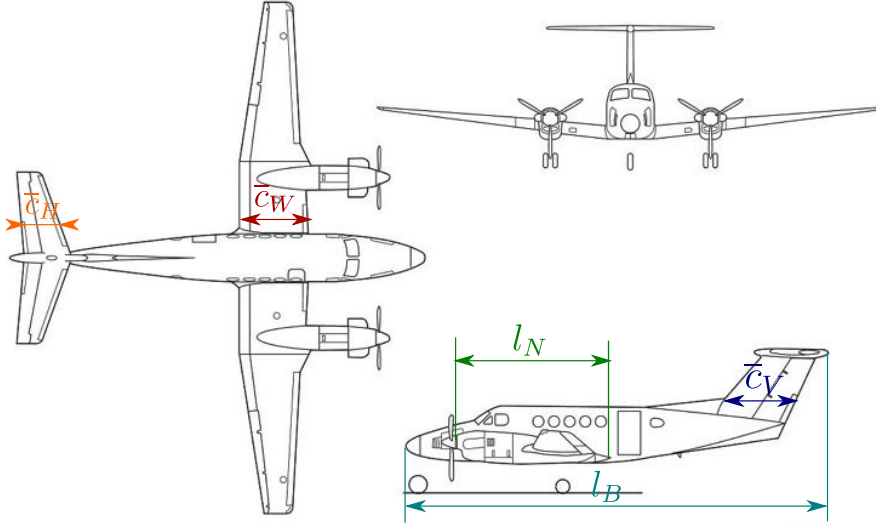
#### ■ B200:



Figura 1.3 Imagen del B200.

La primera aeronave a estudiar es el "*Beechcraft Super King Air B200*". Se trata de uno de los aviones biturbohélice que más tiempo ha estado en producción. El contar con un sistema de presurización le permite alcanzar importantes cotas de vuelo. Su capacidad es de 6-7 pasajeros y puede ser empleada tanto para misiones de vigilancia por parte de organismos oficiales como para evacuación médica, o bien para transporte y vuelos privados de corto alcance.

En el modelado de esta aeronave se ha requerido información que ha sido extraída fundamentalmente de las tablas de vuelo de la aeronave proporcionadas por el fabricante "*Raisbeck*", las cuales han sido, en especial, de gran utilidad de cara a las limitaciones de actuación.



**Figura 1.4** Planos tridimensionales del B200.

En la obtención del modelo de polar para el B200 se hubieron de estimar una serie de longitudes características y superficies mojadas a partir de los planos tridimensionales de la aeronave. A continuación, se incluye un listado con los principales datos de utilidad:

$$L_c = [\underbrace{1.7}_{\bar{c}_W}, \underbrace{0.9}_{\bar{c}_H}, \underbrace{1.5}_{\bar{c}_V}, \underbrace{13.36}_{l_B}, \underbrace{1.68}_{l_N}] m$$

$$\frac{t}{c} = [\underbrace{0.18}_{Wing}, \underbrace{0.09}_{Est.H}, \underbrace{0.12}_{Est.V}]$$

$$S_{wet} = [\underbrace{50}_{S_w}, \underbrace{12}_{S_H}, \underbrace{7}_{S_V}, \underbrace{60}_{S_B}, \underbrace{2.63 \cdot N_{mot}}_{S_N}] m^2$$

$$Pesos = [\underbrace{5670}_{MTOW}, \underbrace{3848}_{MZFW}, \underbrace{1653.344}_{M_{fuel,max}}] kg$$

$$\Psi = 0^\circ, \quad \Lambda = 9.7 \quad S_w = 28.14 m^2 \quad \phi_B = 1.47 m \quad \phi_N = 0.5 m$$

$$\Delta CD_{LG} = 0.01$$

La motivación de incluir esta aeronave reside en tratar de cubrir el beneficio que la propulsión

híbrida podría suponer en vuelos orientados a la aviación privada. Las envolventes de vuelo diseñadas abarcarán vuelos de corto alcance y a cotas no excesivamente altas.

■ **ATR-72:**

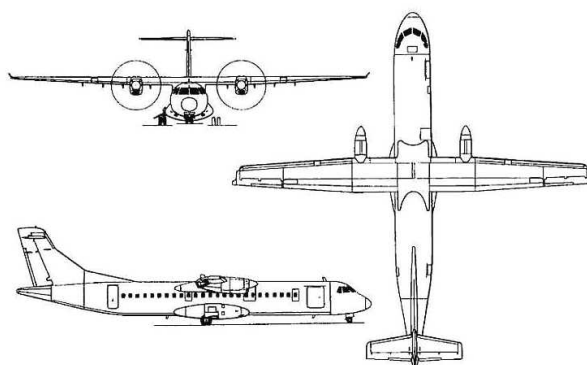


**Figura 1.5** Imagen del ATR-72.

Con la anterior aeronave se cubrían vuelos de corto alcance destinados a un ámbito fundamentalmente privado, mientras que el ATR-72 permite abarcar la franja de vuelos comerciales que domina en el sector aeronáutico. La propulsión híbrida puede ser muy interesante para las compañías aéreas debido al ahorro en combustible que ésta puede conllevar y por la necesidad de cumplir con las normativas actuales cada vez más exigentes en cuanto a emisiones de gases contaminantes. La familia de aeronaves ATR es comúnmente empleada en España para vuelos de carácter nacional o de corto alcance como los realizados entre Málaga-Melilla o entre las islas del archipiélago canario, incluso vuelos de un mayor alcance como los que conectan las Islas Canarias con Marruecos. Esta aeronave se encuentra en un escalón superior en escala de peso y carga de pago respecto al B200, lo que implica que las opciones de dimensionamiento de baterías aumentan. Como apreciación, en vuelos cortos como los mencionados, el uso de baterías puede ser muy sugerente, ya que no se tendrían porqué requerir excesivos ciclos de carga y descarga que puedan mermar las propiedades de las baterías.

Al igual que en el caso anterior, se dispone de tablas de actuaciones para este avión con las que determinar, entre otros parámetros, las velocidades de entrada en pérdida según la altitud y el peso de la aeronave.

Puesto que los ATR son altamente empleados en los vuelos comerciales realizados en las Islas Canarias se han diseñado para esta aeronave tres envolventes de vuelo con las que fuese posible cubrir los diferentes vuelos en el archipiélago y los vuelos que conectan las islas con el continente africano.



**Figura 1.6** Planos tridimensionales del ATR-72.

$$L_c = [\underbrace{2.05}_{\bar{c}_W}, \underbrace{2}_{\bar{c}_H}, \underbrace{3.55}_{\bar{c}_V}, \underbrace{27.17}_{l_B}, \underbrace{3}_{l_N}] m$$

$$\frac{t}{c} = [\underbrace{0.16}_{Wing}, \underbrace{0.09}_{Est.H}, \underbrace{0.12}_{Est.V}]$$

$$S_{wet} = [\underbrace{100.68}_{S_w}, \underbrace{24}_{S_H}, \underbrace{14}_{S_V}, \underbrace{236.4}_{S_B}, \underbrace{7.53 \cdot N_{mot}}_{S_N}] m^2$$

$$Pesos = [\underbrace{22800}_{MTOW}, \underbrace{13500}_{MZFW}, \underbrace{5000}_{M_{fuel,max}}] kg$$

$$\Psi = 0^\circ, \quad \Lambda = 12 \quad S_w = 61 m^2 \quad \phi_B = 2.77 m \quad \phi_N = 0.8 m$$

$$\Delta CD_{LG} = 0.015$$

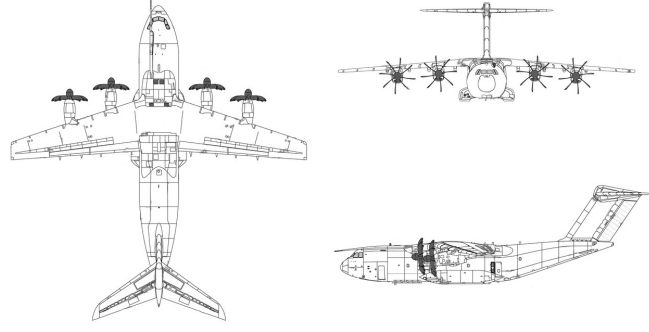
#### ■ A400M:



**Figura 1.7** Imagen del A400M.

Finalmente, se optó por una aeronave de alta capacidad de carga como es el A400M, capaz de transportar una gran cantidad de combustible y, por ende, de baterías. Esta aeronave cuenta con los últimos avances llevados a cabo en el sector y es de gran versatilidad, siendo capaz de realizar vuelos de muy elevados alcances. La configuración híbrida puede ser una opción interesante en la reducción del consumo de esta aeronave militar y con ello el fuel a portar en misiones muy duraderas. En este caso, se han considerado envolventes de vuelo a una cota superior a las de las otras dos aeronaves y cubriendo unos alcances muy superiores.

La recopilación de la información necesaria para recrear las envolventes de vuelo para el A400M resulta bastante más costosa como consecuencia de que, en sintonía con el resto de aspectos en el ámbito militar, la inmensa mayoría de la información es de acceso restringido. Ello no quita el que a partir de una serie de datos preliminares de partida y la estimación de las velocidades de entrada en pérdida, se haya podido efectuar una envolvente de vuelo acorde al tipo de aeronave.



**Figura 1.8** Planos tridimensionales del A400M.

$$L_c = [\underbrace{5.6}_{\bar{c}_W}, \underbrace{3.08}_{\bar{c}_H}, \underbrace{5.48}_{\bar{c}_V}, \underbrace{45.1}_{l_B}, \underbrace{3.5}_{l_N}] m$$

$$\frac{t}{c} = [\underbrace{0.15}_{Wing}, \underbrace{0.11}_{Est.H}, \underbrace{0.12}_{Est.V}]$$

$$S_{wet} = [\underbrace{442}_{S_w}, \underbrace{130}_{S_H}, \underbrace{92}_{S_V}, \underbrace{566.74}_{S_B}, \underbrace{10.11 \cdot N_{mot}}_{S_N}] m^2$$

$$Pesos = [\underbrace{137500}_{MTOW}, \underbrace{78600}_{MZFW}, \underbrace{50500}_{M_{fuel,max}}] kg$$

$$\Psi = 0^\circ, \quad \Lambda = 8.1 \quad S_w = 243.4 m^2 \quad \phi_B = 5.65 m \quad \phi_N = 0.92 m$$

$$\Delta CD_{LG} = 0.03$$



### 1.3 Ecuaciones de la Mecánica del Vuelo

En esta sección se incluyen las ecuaciones cinemáticas y dinámicas que modelan el comportamiento de la aeronave en cada uno de los segmentos de vuelo. En el estudio de las actuaciones del avión se considera el movimiento del centro de masas del mismo, entendido como un cuerpo puntual de masa variable con 3 grados de libertad bajo una serie de hipótesis generales que serán de validez en todo el perfil de vuelo:

- Avión cuerpo rígido
- Avión simétrico (presenta un plano de simetría)
- Motor fijo respecto al avión
- Tierra plana
- Gravedad constante
- Atmósfera en calma (sin viento)

Las ecuaciones de la Mecánica del Vuelo permitirán a partir de ellas determinar las demandas de empuje de la aeronave en cada instante de tiempo. Se establece como precepto para el desarrollo de las misiones el que todas y cada una de las actuaciones que la componen se desarrollarán bajo un vuelo simétrico y en el plano vertical. Ello implica de partida el que los vectores  $\vec{V}$  y  $\vec{T}$  estarán contenidos en el plano de simetría, y el que no se considerarán virajes (para cambios de rumbo) pues en principio carecen de interés para el modelado de la planta motora híbrida y no tendrán mayores afectaciones en las exigencias a las que las baterías se verán sometidas. Bajo estas condiciones, las ecuaciones del movimiento generales son las que siguen:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} &= V \cos\gamma \cos\chi \\
 \frac{dh}{dt} &= V \sin\gamma \\
 \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} &= T \cos\epsilon - D - W \sin\gamma \\
 \frac{W}{g} V \frac{d\gamma}{dt} &= (L + T \sin\epsilon) \cos\mu - W \cos\gamma \\
 \frac{W}{g} V \frac{d\chi}{dt} &= (L + T \sin\epsilon) \sin\mu \\
 \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

En estas ecuaciones se tienen las siguientes dependencias funcionales para las distintas fuerzas, coeficientes y ángulos.

$$\begin{aligned}
 L &= L(h, V, \alpha) \\
 D &= D(h, V, \alpha) \\
 T &= T(h, V, \pi) \\
 TSFC &= TSFC(h, V, \pi) \\
 \epsilon &= \epsilon(\alpha)
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Se obtiene de este modo un sistema de 5 ecuaciones diferenciales ordinarias con 7 variables dependientes: 5 variables de estado o variables derivadas ( $x$ ,  $h$ ,  $V$ ,  $\gamma$ ,  $m$ ) y 2 variables de control ( $\alpha$ ,  $\pi$ ). En vuelo simétrico en un plano vertical se tiene, por tanto, 2 grados de libertad matemáticos, con lo que será necesario fijar 2 ligaduras en los distintos segmentos de vuelo.

Las ecuaciones anteriores han sido deducidas de las ecuaciones más generales para vuelo simétrico a partir de imponer un ángulo de viraje  $\chi = cte$  y por consiguiente  $\mu = 0$ . Aunque no es sumamente necesario, por simpleza se asume también que el ángulo de rumbo es nulo y que el ángulo de ataque del empuje,  $\varepsilon$ , es coincidente con el ángulo de ataque ( $\varepsilon = 0$  en el sistema de ejes viento).

La demostración de estas ecuaciones no es crucial para el objeto de estudio de este trabajo, y de ahí el que no haya sido incluida. En cualquier caso, la información que pudiese ser de utilidad al respecto puede ser encontrada en [24]. En las páginas venideras se explicarán e incluirán las ecuaciones que modelan los distintos segmentos de vuelo a los que la aeronave hará frente en un perfil de misión típico, de tal modo que en ellos, por norma general, el empuje será un resultado a obtener y no una entrada al sistema como ligadura de vuelo.

### 1.3.1 Despegue

En este apartado se analiza la maniobra de despegue para aviones con tren triciclo, bajo la suposición de aire en calma. Esto último se debe a que por exigencias de las normas de aeronavegabilidad, las distancias tanto de despegue como de aterrizaje deben calcularse sin viento.

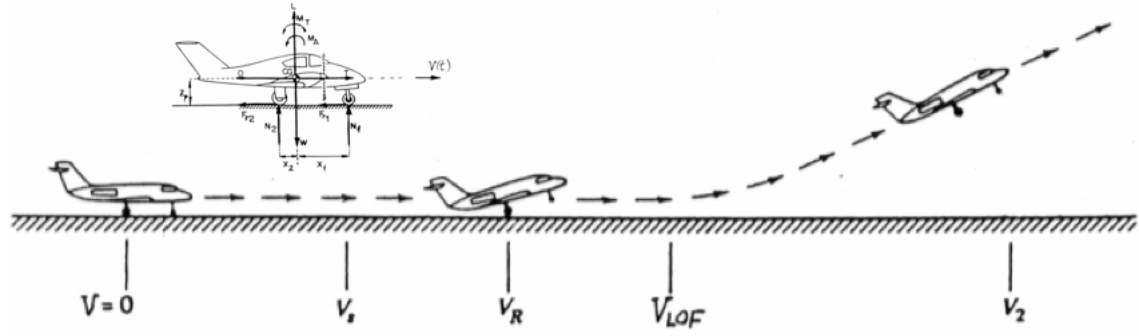


Figura 1.9 Esquema del segmento de despegue.

El despegue abarca desde la suelta de frenos en cabecera de pista hasta que el avión alcanza una velocidad y altura definidas por normativa, estando en todo momento los flaps extendidos en configuración de despegue (se ha tomado como valor típico en las diferentes aeronaves una deflexión de  $15^\circ$ ) y el tren de aterrizaje desplegado. La maniobra de despegue se constituye a su vez de una serie de fases:

#### Recorrido en tierra

El primer segmento de aceleración en tierra se inicia partiendo de velocidad nula y finaliza al llegar hasta la denominada velocidad de "lift off", que guarda la siguiente relación  $V_{LOF} = 1.1V_{stall,TO}$  con

$$V_{stall,TO} = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 SC_{Lmax,TO}}}$$

lo que supone que se tendrá una rotación instantánea a la velocidad de despegue, y el coeficiente de

fricción se considera del orden típico en condiciones normales,  $\mu \approx 0.02$ . Por otra parte, la pista se supondrá horizontal, por lo que se tiene  $\gamma = 0$  y a partir de ello,  $\alpha = \theta$ .

Para la resolución del problema de ecuaciones diferenciales se requiere una ligadura de vuelo adicional. Los altos requerimientos de empuje en este segmento de la misión hacen de la misma una fase de gran interés de cara al dimensionamiento de las baterías. De hecho, no será el empuje la ligadura de vuelo a introducir sino, con el propósito de evitar discontinuidades en el empuje demandado por el modelo, una ley de aceleración concreta hasta alcanzar la aceleración constante con que se efectuarán las dos fases restantes del despegue.

Por ser la ley de aceleraciones conocida, será posible su integración para la obtención de una ley análoga para las velocidades y así conocer tanto el tiempo de finalización de la carrera de despegue como otras variables de interés del problema.

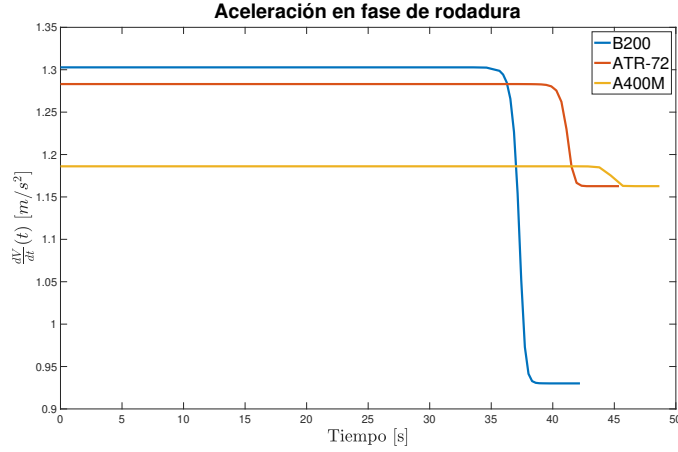
Las aceleraciones registradas durante esta fase no suelen experimentar variaciones muy pronunciadas y en primera aproximación se puede asumir que responden a una ley de tipo sigmoide. La mayor parte de esta fase es efectuada a una aceleración constante requerida de cara a recorrer la distancia de pista que vendrá impuesta por norma general por el aeropuerto de origen y la aeronave en cuestión. Dado que a la fase de aceleración en tierra le sigue un redondeo a una aceleración no coincidente, la función sigmoide permite obtener una transición rápida de la aceleración en los segundos finales que permita minimizar la discontinuidad de empuje entre fases. Esta ley sigmoide para la aceleración que se introduce en los instantes finales es la causante de que la distancia total recorrida en tierra no sea con total exactitud la inicialmente indicada; no obstante, la diferencia será del orden de unos metros.

Con todo lo expuesto, el sistema de ecuaciones a resolver para el recorrido en tierra es:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} &= V \\
 \frac{dV}{dt} &= A_1 + \frac{A_2 - A_1}{[1 + Q \cdot \exp(-B \cdot (t - t_f))]^{\frac{1}{v}}} \\
 L + N_1 + N_2 &= W \\
 T &= \frac{1}{2} \rho V^2 S (CD_0 + CL_{max}(k \cdot CL_{max} - \mu)) + W \left( \mu + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \right) \\
 \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

De cara a una mejor comprensión de la función logística generalizada utilizada en el modelado de la aceleración durante esta primera fase váyase a la página 17. En cuanto a los parámetros que participan en la expresión para la aceleración, téngase en cuenta que  $A_1$  y  $A_2$  serán precisamente los valores de aceleración de los tramos de aceleración en tierra y de redondeo, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 A_1 &= a(t_0) = \frac{V_{LOF}^2}{2 \cdot x_g} \\
 A_2 &= a(t_f) = a_{redondeo}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$



**Figura 1.10** Función logística generalizada para la aceleración durante el recorrido en tierra en las misiones de cada uno de los aviones planteados.

Para que el instante en que entra en juego la variación sigmoidal de la aceleración se produzca en torno a los instantes finales, se requiere de una traslación en el tiempo de manera que el punto de inflexión de dicha función no tenga lugar en  $t = 0$ . Por último, por ser la función logística generalizada integrable y dado que se conocen las velocidades de comienzo y fin del segmento de rodadura en tierra, será conocido el intervalo de integración  $(0, t_f)$  en que resolver el sistema de ecuaciones diferenciales.

La gráfica con la evolución de la aceleración durante la fase de recorrido en tierra para cada una de las aeronaves bajo análisis permite observar la implementación de la función logística generalizada a la hora de modelar este trayecto. La aceleración inicial con la que parte cada una de las aeronaves es tanto mayor cuanto menor sea su masa al despegue. La transición en todos los aviones tiene lugar bien avanzada la carrera de despegue y es más brusca para el B200, aunque en ningún caso discontinua, algo a lo que se ha prestado gran atención para salvaguardar esta continuidad en la demanda de empuje. El tiempo necesario para la carrera de despegue queda siempre por debajo del minuto, algo superior en el A400M donde se alcanzan unos 49s de duración, siendo las distancias recorridas de 1156.2 m en el B200, 1320.5 m en el ATR-72 y 1404.7 m en el A400M (valores acordes a los 900m y 1100m que respectivamente se encuentran en la literatura para las 2 primeras aeronaves; el A400M como avión con capacidad de STOL - "Short Take Off and Landing"- cuenta con distancias muy dependientes de las condiciones de despegue).

### Transición curvilínea

La fase de redondeo puede ser modelada como una maniobra de "pull up" con factor de carga aproximadamente constante  $n = 1.2$  y a aceleración constante, que puede ser determinada a priori siempre y cuando se conozca el ángulo de finalización de este segmento,  $\gamma_s$ , con que se inicia la última fase.

A fin de estimar el valor del factor de carga, se toma una velocidad media usual en estas fases del despegue como es  $1.15V_{stall, TO}$  y se aproxima el coeficiente de sustentación por  $C_L = 0.9 C_{Lmax, TO}$ .

$$n = \frac{\frac{1}{2}\rho(1.15V_{stall, TO})^2 S \cdot 0.9C_{Lmax, TO}}{\frac{1}{2}\rho V_{stall, TO}^2 SC_{Lmax, TO}} = 1.2 \quad (1.17)$$

Si a continuación se integra la ecuación que liga el factor de carga con el ángulo de asiento de la velocidad  $\gamma$  y la velocidad, se llega a:

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dt} &= \frac{g}{V}(n-1) \quad \longrightarrow \quad \gamma(t) = \frac{g(n-1)}{a_{trans}} \ln \left( \frac{V_{LOF} + a_{trans}}{V_{lof}} \right) \\ t_f &= \frac{V_{LOF}}{a_{trans} \left( e^{\frac{a_{trans}\gamma_s}{g(n-1)}} - 1 \right)} \\ a_{trans} &= \frac{g(n-1)}{\gamma_s} \ln \left( \frac{1.2V_{stall,TO}}{V_{LOF}} \right)\end{aligned}\tag{1.18}$$

Por simplicidad y debido a que el efecto no es excesivamente notorio, a la hora de integrar se han asumido ángulos pequeños ( $\sin \gamma \sim \gamma$  o  $\cos \gamma \sim 1$ ). Este segmento se realiza hasta una velocidad de  $1.2V_{stall,TO}$ , siendo el motivo de ello que debe de conseguirse esta velocidad antes de alcanzar los 35 pies de altitud por normativa.

Tras conocer el tiempo de finalización y las ligaduras de vuelo, el sistema a resolver queda como sigue:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V \cos \gamma \\ \frac{dh}{dt} &= V \sin \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{n - \cos \gamma}{gV} \\ T &= \frac{1}{2}\rho V^2 SCD_0 + \frac{2k(Wn)^2}{\rho V^2 S} + W \sin \gamma + m a_{trans} \\ \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T\end{aligned}\tag{1.19}$$

### Subida rectilínea

Una vez se alcanza el ángulo de ascenso deseado, no se da por concluido el despegue hasta que no se sobrepase la altitud de 35 pies con una velocidad mayor o igual a  $V_2 = 1.2V_{stall,TO}$ . En este momento, se inicia una fase de ascenso a ángulo de subida constante y a aceleración constante e igual a la del tramo anterior, para evitar discontinuidades en el empuje demandado.

$$\frac{dV}{dh} = \frac{dV}{dt} \frac{dt}{dh} = \frac{a_{trans}}{V \sin \gamma_s} \quad \longrightarrow \quad V(h) = \sqrt{\frac{2a_{trans}(h-h_0)}{\sin \gamma_s}} + V_0^2\tag{1.20}$$

donde  $h_0$  y  $V_0$  representan la altura y velocidad al finalizar la fase de redondeo.

En consecuencia, el sistema de ecuaciones a resolver es el mostrado a continuación, donde nótese que la variable de integración ha pasado a ser la altitud por ser el intervalo de integración conocido.

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dh} &= \frac{1}{\tan\gamma_S} \\
\frac{dV}{dh} &= \frac{dV}{dt} \frac{1}{V \sin\gamma_S} \\
T &= \frac{1}{2} \rho S V^2 C D_0 + \frac{2k(W \cos\gamma_S)^2}{\rho V^2 S} + W \sin\gamma_S + m a_{trans} \\
\frac{dm}{dh} &= \frac{-T SFC \cdot T}{V \sin\gamma_S}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

### 1.3.2 Subida

El segmento de subida sigue al de despegue. En consonancia con las dimensiones de la aeronave, para el A400M se ha planteado el conocido como "*Stair cruise*" consistente en una subida para alcanzar la cota de crucero nominal tras un tramo de crucero previo a una cota inferior.

La subida requiere igualmente de dos ligaduras de vuelo para poder ser resuelta. Se han planteado dos posibles subidas para las que las ligaduras de vuelo son un aspecto común pero en las que se modifica la ley a la que responden.

Las ligaduras de vuelo escogidas consisten en fijar las variaciones  $\frac{dV}{dh}$  y  $\frac{d\gamma}{dh}$ . El hecho de poder controlar la variación de la velocidad con la altitud y el ángulo de asiento de la velocidad hace posible conseguir una envolvente de vuelo donde no se den discontinuidades en el empuje entre los diferentes segmentos.

Una de las subidas planteada es la conocida como subida a velocidad equivalente constante. El hecho de imponer la velocidad equivalente constante permite conocer cual es la ley de  $V(h)$ , así como efectuar una subida en la que las aceleraciones registradas no sean excesivas y las demandas de empuje sean menores, siendo ideal para aproximarse a cotas de crucero elevadas donde el empuje específico se ve mermado.

El otro segmento de subida que se ha planteado utiliza una ley de  $\frac{dV}{dh}$  que permite conseguir transiciones suaves entre la aceleración con la que se finaliza el segmento de despegue y la aceleración con que se inicia la subida a velocidad equivalente constante. Para obtener tal transición suave se ha empleado una ley basada en una función de tipo sigmoide, en particular, la función logística generalizada en la que modificando el valor de los distintos parámetros puede ser cómodamente adaptada al perfil de misión en juego.

En cuanto a la ley  $\gamma(h)$ , responde a una variación lineal muy similar a la que más adelante se explicará para el segmento de descenso. Seguidamente, se recogen las leyes a las que responden las ligaduras de vuelo en cada uno de los tipos de subida planteados.

Los ángulos de asiento inicial y final son datos de entrada al problema diferencial a resolver, lo cual posibilita el plantear una variación lineal de dicho ángulo con la altitud.

$$\gamma(h) = \gamma_i + \frac{\gamma_f - \gamma_i}{h_f - h_i} (h - h_i) \tag{1.22}$$

La velocidad equivalente puede ser entendida como una herramienta que permite eliminar la dependencia de la presión dinámica,  $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ , con la altitud. Se obtiene, en definitiva, a partir de calcular aquella velocidad para una densidad a nivel del mar con la que se obtendría una presión dinámica equivalente. El cálculo de  $\frac{dV}{dh}$  requiere tener en mente la expresión a la que responde la densidad como función de la altitud según el modelo de atmósfera ISA.

$$V(h) = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(h)}} \quad \rightarrow \quad \frac{dV}{dh} = \frac{V_e \left( \frac{g}{R_a \alpha_T} - 1 \right) \left( 1 - \frac{\alpha_T}{\theta_0} h \right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T} - 2}}{2 \alpha_T \theta_0 \left( 1 - \frac{\alpha_T}{\theta_0} h \right)^{\frac{3}{2} \left( \frac{g}{R_a \alpha_T} - 2 \right)}} \quad (1.23)$$

Puesto que la densidad disminuye con la altitud, se producirá un incremento de velocidad a lo largo de este segmento, que por norma general no será muy elevado.

Por su parte, la otra ley de velocidades se ha modelado por medio de una sigmoide de manera que se consiga una transición suave entre las aceleraciones de la subida a velocidad equivalente constante y la aceleración final del segmento de despegue. Este mismo tipo de ley se ha usado para los incrementos de resistencia consecuencia de la recogida de flaps y tren de aterrizaje conforme se supera el segmento de despegue.

La función logística generalizada responde a la siguiente expresión genérica:

$$Y(h) = A_1 + \frac{A_2 - A_1}{(C + Qe^{-Bh})^{\frac{1}{v}}}$$

Un análisis pormenorizado de la función permite deducir que es continua, derivable, presenta dos asíntotas horizontales y un punto de inflexión. Los parámetros que la definen permiten modificar la posición de las asíntotas así como la velocidad con la que se produce la transición o la colocación del punto de inflexión.

- $A_1$ : Se trata de la asíntota horizontal cuando se tiende a  $-\infty$ , en el caso tratado  $A_1 = \frac{dV}{dh}$  del tramo de despegue.
- $A_2$ : Se trata de la asíntota horizontal cuando se tiende a  $\infty$ , en la coyuntura actual  $A_2 = \frac{dV}{dh}$  del tramo a  $V_e$  constante.
- $B$ : modifica la tasa de crecimiento. Se ha optado por tasas de crecimiento inferiores a la unidad, aunque depende del tipo de aeronave ya que las altitudes a las que se asciende e inicia el tramo a velocidad equivalente constante varían, así como las velocidades a las que se debe iniciar, siendo  $B \in (0.025, 0.06)$  para los segmentos considerados.
- $v > 0$ : permite modificar la zona en la cual se produce el crecimiento máximo asintótico. Al no ser su efecto de gran relevancia, se ha decidido que sea de valor unidad.
- $Q$ : íntimamente relacionado con el valor de la función en cero. Si el valor de  $Q$  es suficientemente grande  $Y(0) \rightarrow A_1$ , por lo que se ha optado por valores muy elevados de manera que al comienzo de cada segmento se inicie con el valor de la asíntota.

- C: suele tomar valor unidad, y así se ha decidido.

En el caso del uso de esta función para la recogida de flaps y tren de aterrizaje como ocurre tras el despegue se ha seguido el mismo procedimiento. Las asíntotas en este caso toman los valores entre los que varía el coeficiente de resistencia como consecuencia de los dispositivos. Se ha incluido una tasa de crecimiento B mucho mayor de manera que la recogida y despliegue de estos elementos sea de menor prolongación en el tiempo de lo que conlleva el segmento de vuelo.

Una vez se tienen definidas las ligaduras de vuelo, para resolver el segmento basta con conocer las altitudes entre las cuales se integrará el sistema de ecuaciones diferenciales.

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dh} &= \frac{1}{\tan\gamma} \\
 n &= \frac{1}{g} V^2 \sin\gamma \frac{d\gamma}{dh} + \cos\gamma \\
 T &= \frac{1}{2} \rho S V^2 C D_0 + \frac{2k(Wn)^2}{\rho V^2 S} + W \sin\gamma_s + m \frac{dV}{dh} V \sin\gamma \\
 \frac{dm}{dh} &= \frac{-TSFC \cdot T}{V \sin\gamma_s}
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

### 1.3.3 Aceleración

En ciertas fases del vuelo puede ser necesario realizar una aceleración o bien deceleración para alcanzar una condición de velocidad determinada, como puede ser llegar a la velocidad de crucero óptima tras la fase de subida.

Los tramos de aceleración son demandantes de empuje ya que para poder ejecutarlos es necesario contar con exceso de empuje,  $T - D > 0$ . Ello justifica el por qué de que su uso se encuentre restringido a breves intervalos de tiempo para no elevar sobremanera el consumo energético de la misión completa. Este tipo de segmento se realiza a altitud constante conocida, por lo que  $\gamma = 0$ . Además, se conoce tanto la velocidad inicial como la velocidad final, así como el peso al inicio de la maniobra.

En base a ello, se podrá resolver el sistema de ecuaciones diferenciales sin más que aportar una ligadura de vuelo más. En lo que a este trabajo compete, se ha optado por imponer una ley de aceleración conocida a lo largo del tiempo. Dicha ley permitirá que la aceleración inicial sea igual a la del segmento previo y que la aceleración final sea la del siguiente segmento, evitándose de este modo discontinuidades en las necesidades de empuje.

La ley de aceleración supuesta responde a una expresión de segundo grado para la cual será necesario conocer los valores de aceleración inicial, máxima y final. El conocimiento del rango de velocidades en el que desarrollar este segmento permitirá determinar el tiempo de finalización.

$$a(t) = -A(t - t_{max})^2 + a_{max} \tag{1.25}$$



donde las constantes  $A$ ,  $t_{max}$  y  $a_{max}$  habrán de ser cuantificadas a partir de resolver un sistema de tres ecuaciones con los datos de partida.

$$\begin{cases} -A(t_f - t_{max})^2 + a_{max} = a_f \\ A \cdot t_{max}^2 + a_{max} = a_i \\ \frac{-A(t_f - t_{max})^3}{3} + a_{max}t_f - A\frac{t_{max}^3}{3} = V_f - V_i \end{cases} \quad (1.26)$$

Conocida la ley de aceleraciones y la altitud a la que se realiza la aceleración, se puede resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que permite calcular el empuje demandado, conocer la distancia recorrida, la velocidad y el combustible consumido.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{-A(t - t_{max})^3}{3} + a_{max}t + V_i \\ \frac{dV}{dt} &= -A(t - t_{max})^2 + a_{max} \\ \frac{da}{dt} &= -2A(t - t_{max}) \\ T &= \frac{1}{2}\rho V^2 SCD_0 + \frac{2W^2k}{\rho SV^2} + m\frac{dV}{dt}; \\ \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T \end{aligned} \quad (1.27)$$

Es preciso recordar que puesto que el coeficiente de resistencia parásita depende de la velocidad, no será constante a lo largo del segmento de aceleración. En cuanto al consumo específico, éste será proporcionado por el modelo de planta motora para cada instante de tiempo.

Como apunte final, los valores numéricos adjudicados a la aceleración máxima han sido evaluados en base a la información observada en la herramienta [Flight Radar](#), la cual permite discernir perfiles de velocidad y altitud frente al tiempo de multitud de aeronaves en tiempo real.

#### 1.3.4 Crucero

El crucero suele ser por norma general el segmento de vuelo que mayor distancia abarca. Por contra, las exigencias que esta fase impone sobre el empuje son menores con respecto a otras pues es diseñada con la intención precisamente de minimizar el consumo y para ello, en primera instancia, se habrá de lograr con el empuje. En este sentido, el crucero tiende a ser realizado a cotas elevadas con el consiguiente descenso en la densidad del aire y, por último, de la resistencia aerodinámica.

Se requieren para el crucero dos ligaduras de vuelo, las cuales se harán corresponder con un vuelo a altitud y velocidad constantes. Si bien, se ha de hacer notar el que un crucero no implica forzosamente una altitud constante; es más, muchas aeronaves comerciales hacen uso del denominado "*cruise climb*" ( $V = cte$  y  $C_L = cte$ ) en el que se aumenta la altitud a medida que el peso del avión disminuye.

La altitud y la velocidad a la que se realizan los segmentos de crucero serán función del perfil de misión y el tipo de aeronave. En aquellos vuelos de cortas distancias, como podrían ser los que

conectan islas de un archipiélago, parece razonable considerar que el crucero tendrá lugar a una cota considerablemente inferior a la cota nominal definida por el fabricante de la aeronave.

La distancia a recorrer en el crucero y la velocidad en el mismo son entradas al problema de integración, por lo que a partir de ellas es posible determinar el tiempo requerido para completar el crucero, siendo de este modo el tiempo la variable de integración.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V_{cruc} \\ T &= \frac{1}{2}\rho V_{cruc}^2 S C_{D_0} + \frac{2kW^2}{\rho S V_{cruc}^2} \\ \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T\end{aligned}\tag{1.28}$$

### 1.3.5 Descenso

Tras la fase de crucero, se hace necesario un descenso para poder aterrizar en el destino deseado. Por análisis de la ecuación dinámica que relaciona empuje y resistencia con la aceleración, se puede deducir que si se logra reducir el empuje durante este segmento será posible aprovechar la pérdida de energía mecánica debida a la resistencia de manera que se consiga una desaceleración y con ello, un régimen de velocidades acorde a la posterior aproximación y fase de aterrizaje.

En cuanto a las ligaduras de vuelo para este segmento, se ha optado por una ley de empuje  $T(h)$  cuadrática, así como una ley  $\gamma(h)$  conocida. En la definición de la ley de empuje, se han establecido relaciones porcentuales del empuje proporcionado en el descenso con respecto a los registrados en la fase inicial de despegue. Un aspecto que no puede ser olvidado es el que el ángulo de asiento de la velocidad ha de mantenerse dentro de unos umbrales aceptables, y es que, de no ser así, la transformación de la energía potencial con la que se parte en cinética no podría ser compensada por la resistencia, resultando en una aceleración indeseada de la aeronave.

A continuación, se muestran las leyes para el empuje y ángulo de asiento de la velocidad.

$$\begin{aligned}T(h) &= \frac{T_i - per \cdot T_{TO}}{(h_i - h_f)^2} (h - h_f)^2 + per \cdot T_{TO} \\ \gamma(h) &= \gamma_i + \frac{\gamma_f - \gamma_i}{h_f - h_i} (h - h_i)\end{aligned}\tag{1.29}$$

En las ecuaciones anteriores, "per" hace referencia al porcentaje del empuje en despegue que se desea alcanzar durante el régimen de descenso. Por lo general, aunque depende de la aeronave con la cual se realice la maniobra, así como la altitud y el ángulo de descenso, es asumible que rondará en el entorno del 5 % – 10 %, para posteriormente aumentar hasta un 25 % – 27 % a medida que lo hace la densidad y, por tanto, la resistencia; ello permitirá evitar la entrada en pérdida.

A partir de estas dos ligaduras de vuelo y conocido el intervalo de altitudes de cada tramo del descenso, se procede a resolver el problema diferencial con el que conocer variables como velocidad, combustible consumido, distancia recorrida, etc.

Las ecuaciones generales que se presentaron inicialmente al comienzo de esta sección 1.13 están formuladas con el tiempo como variable de integración. Dadas las características de este segmento, previo uso de la regla de la cadena, se reformularán en función de la altitud.

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dh} &= \frac{1}{\tan\gamma} \\
 \frac{dV}{dh} &= \left( T - \frac{1}{2}\rho V^2 SCD_0 - \frac{2(Wn)^2 k}{\rho S V^2} - W \sin\gamma \right) \cdot \frac{1}{V \sin\gamma} \\
 \frac{dT}{dh} &= \frac{T_i - per \cdot T_{TO}}{(h_i - h_f)^2} \cdot 2(h - h_f) \\
 n &= \frac{L}{W} = \frac{V^2}{g} \frac{d\gamma}{dh} \sin\gamma + \cos\gamma \\
 \frac{dm}{dh} &= \frac{-TSFC \cdot T}{V \sin\gamma}
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

En el transcurso del descenso, se ha de ir discretizando el valor del coeficiente de resistencia parasitaria pues varía como consecuencia de las variaciones tanto en altitud como en velocidad presentes en el segmento.

En cuanto a los ángulos de bajada, éstos han sido escogidos de entre los valores recogidos en las tablas de actuaciones que se han podido recopilar, siendo en cualquier caso del orden de 2º-4º. Durante el "approach" final (último tramo de la fase de descenso) para poder cuadrar la distancia recorrida en vuelo, por ser la altitud a descender conocida, se puede imponer un ángulo de descenso que permita cumplir con tal restricción. A tal efecto, se hace necesario integrar la ecuación diferencial que relaciona  $x$ ,  $h$  y  $\gamma(h)$ , obteniéndose la siguiente ecuación.

$$x_f - x_{recorrido} = \frac{h_f - h_i}{\gamma_f - \gamma_i} \ln \left( \frac{\sin\gamma_f}{\sin\gamma_i} \right) \tag{1.31}$$

### 1.3.6 Aterrizaje

La maniobra de aterrizaje se inicia desde una altura de 50 pies sobre la pista de aterrizaje (final del tramo de aproximación a pista) y se prolonga hasta la parada completa de la aeronave y apagado de motores. En el transcurso de esta maniobra se continúa decelerando hasta alcanzar una velocidad óptima para tocar pista, tras lo cual se procede a la fase de redondeo o "flare" y, por último, la deceleración en tierra.

Cierta información como las velocidades de entrada en pérdida con dispositivos hypersustentadores completamente desplegados ha sido de utilidad en la resolución del aterrizaje, pues ha permitido determinar el  $CL_{max}$  al que se asume que se ejecuta toda la maniobra excepto la desaceleración en tierra donde se aplica un decremento consecuencia del efecto de los "spoilers".

Además de las hipótesis ya mencionadas sobre el coeficiente de sustentación, el coeficiente de resistencia parásita ( $CD_0$ ) también se asume constante a lo largo de la maniobra, al igual que las variaciones de densidad, las cuales son despreciadas por las mínimas implicaciones de descender unos escasos metros.

En la práctica, esta maniobra se efectúa con la palanca de gases en posición tal que bien el empuje sea muy pequeño, nulo o incluso se tenga reversa. Sin embargo, en este proyecto se ha optado por en ningún caso imponer un valor fijo de empuje sino que éste pueda tomar multitud de valores en función de las actuaciones en cada misión, incluidos valores negativos que vendrían a dar una idea de la necesidad de reversa en este tramo.

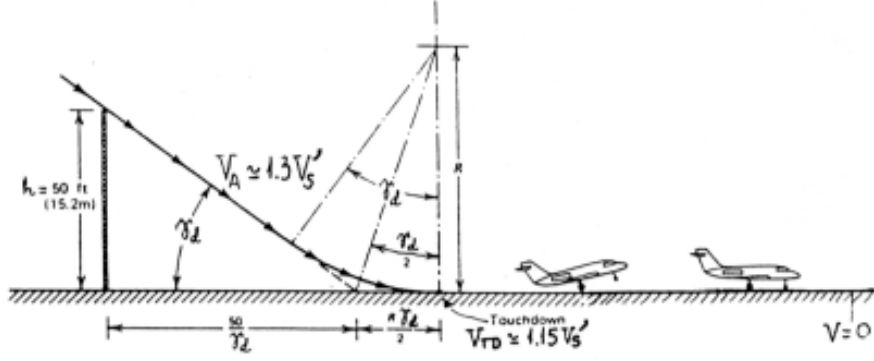


Figura 1.11 Esquema del aterrizaje.

### Fase de descenso

Se ejecuta un descenso a  $\gamma$  constante coincidente con la fase de aproximación previa. La segunda ligadura responde a una ley de empuje análoga a la seguida durante los descensos, donde el empuje se disminuirá para continuar decelerando la aeronave hasta alcanzar la velocidad  $V_{TD}$  con la que se toca tierra tras el redondeo y que se asume de un valor igual a  $1.15V_{stall}$  en configuración de aterrizaje.

La obtención de las distintas variables de interés requiere una vez más de la resolución del problema diferencial que se plantea. En este caso, la variable conocida para llevar a cabo la integración pasa a ser la velocidad. Además, la variación de empuje ha sido modelada de manera lineal con la velocidad. El porcentaje al que disminuye vuelve a ser de en torno a un 10% el empuje en despegue para conseguir la deceleración deseada.

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dV} &= V \cos \gamma \cdot \frac{dt}{dV} \\
 \frac{dh}{dV} &= V \sin \gamma \cdot \frac{dt}{dV} \\
 \frac{dT}{dV} &= \frac{per \cdot T_{TO} - T_i}{1.15V_{stall} - V_i} \\
 \frac{dt}{dV} &= \left( T - \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D0} + k C L_{max}^2) - W \sin \gamma \right)^{-1} \\
 \frac{dm}{dV} &= -TSFC \cdot T \cdot \frac{dt}{dV}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

### Fase de flare

Tras la aproximación rectilínea se realiza un redondeo para tocar tierra. Durante esta fase, las ligaduras serán velocidad constante ( $V_{TD} = 1.15V_{stall}$ ) y  $\gamma(h)$  conocida. La variación del empuje

con la altitud,  $\frac{dT}{dh}$ , se estará en disposición de calcularla, ya que por las hipótesis asumidas no se considera variación de la densidad, ni del coeficiente de sustentación y la velocidad es constante. En base a ello, la resistencia queda invariable durante esta fase de redondeo, permitiendo la deducción de  $\frac{dT}{dh}$ .

La ley del ángulo de asiento de la velocidad será similar a las anteriormente establecidas y permitirá variar desde el ángulo del descenso rectilíneo hasta un valor nulo una vez se toca tierra.

$$\begin{aligned}\gamma(h) &= \gamma_i + \frac{\gamma_f - \gamma_i}{h_f - h_i}(h - h_i) \quad \longrightarrow \quad \frac{d\gamma}{dh} = \frac{\gamma_f - \gamma_i}{h_f - h_i} \\ \frac{dT}{dh} &= W \frac{d\gamma}{dh} \cos\gamma + \sin\gamma \frac{-g \cdot TSFC \cdot T}{V \sin\gamma}\end{aligned}\quad (1.33)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales final en esta fase del aterrizaje es el siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dh} &= \frac{1}{\tan\gamma} \\ \frac{dV}{dh} &= \left( T - \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} - \frac{2(Wn)^2 k}{\rho S V^2} - W \sin\gamma \right) \frac{1}{V \sin\gamma} \\ \frac{d\gamma}{dh} &= \frac{\gamma_f - \gamma_i}{h_f - h_i} \\ \frac{dT}{dh} &= W \frac{d\gamma}{dh} \cos\gamma + \sin\gamma \frac{-g \cdot TSFC \cdot T}{V \sin\gamma} \\ \frac{dm}{dh} &= \frac{-TSFC \cdot T}{V \sin\gamma}\end{aligned}\quad (1.34)$$

En la resolución de dicho sistema se parte de las condiciones iniciales dadas por el tramo anterior y se finaliza con ángulo de asiento final nulo por asumir la pista de aterrizaje horizontal.

### Fase de deceleración en tierra

Una vez el tren de aterrizaje toca tierra se inicia el proceso de frenado de la aeronave con la participación de una serie de fuerzas tangenciales consecuencia de la fricción con la pista. Además, se ha considerado el efecto provocado por los spoilers convencionales sobre el coeficiente de sustentación máxima al cual se estaba ejecutando toda la maniobra. La principal ventaja de estos dispositivos durante la frenada radica en la reducción de la sustentación que se opone al frenado de la aeronave.

Puesto que durante el segmento de redondeo la demanda de empuje aumentaba, para poder decelerar la aeronave en la menor distancia posible, se ha asumido una ley de variación de empuje de manera que éste tienda en última instancia a cero. Para el coeficiente de fricción de la pista con frenos activados se ha considerado un valor típico en condiciones normales, sin presencia de hielo o agua,  $\mu \sim 0.03 - 0.05$ .

El problema a resolver durante este segmento viene dado por:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V \\ m \frac{dV}{dt} &= T - \frac{1}{2} \rho V^2 S (CD_0 + CL_{spoilers}(k \cdot CL_{spoilers} - \mu)) - \mu W \\ \frac{dT}{dt} &= - \frac{0 - T_i}{0 - V_i} \left| \frac{dV}{dt} \right| \\ W &= L + N_1 + N_2 \\ \frac{dm}{dt} &= -TSFC \cdot T\end{aligned}\tag{1.35}$$

Puesto que para esta fase únicamente se conoce el intervalo de velocidades, se resolverá el problema diferencial usando como variable de integración el tiempo y empleando una función de tipo "event" de MATLAB de manera que detenga la integración numérica una vez se cumpla la condición de parada, en otras palabras,  $V = 0$ .

## 2 Modelo eléctrico

---

En el estado actual del sector aeronáutico, los sistemas de propulsión incluidos en las aeronaves se sirven de la energía almacenada en combustibles que de manera convencional han venido estando en forma líquida. El combustible de turbina de aviación, también conocido como jet fuel, es un carburante de aspecto entre incoloro y color paja que resulta inyectado en la cámara de combustión del motor para ser aquí sometido a combustión junto al aire comprimido procedente de las etapas de compresor. Esta combustión permite aumentar considerablemente la energía específica del gas que será en parte extraída en la expansión de los gases por la turbina para garantizar el movimiento del compresor. En cuanto a los combustibles más extendidos en el mundo de la aviación civil, se distinguen el Jet A y Jet A-1 (únicamente diferenciados por el punto de congelación), así como el Jet B que cuenta con mejores prestaciones en condiciones frías. Todos estos tipos de fuel tienen como rasgo común el que se tratan de una mezcla de hidrocarburos con densidades de en torno a  $775\text{ g/cm}^3$ . En particular, en lo que al desarrollo del modelo numérico concierne se ha escogido como carburante  $C_{12}H_{23}$  con un poder calorífico de  $43\text{ MJ/kg}$ .

Sin embargo, en clara sintonía con la tendencia actualmente existente a nivel mundial, se siente una indudable predisposición hacia lo eléctrico en todo ente tecnológico, y si cabe con más razón en un sector puntero como el que siempre ha sido el aeronáutico. En contadas ocasiones se han efectuado estudios acerca de la viabilidad de la propulsión de aeronaves únicamente con fuentes de carácter eléctrico, si bien todos ellos vienen a coincidir en que, al menos en el estado del arte actual, no es factible dar tal paso.

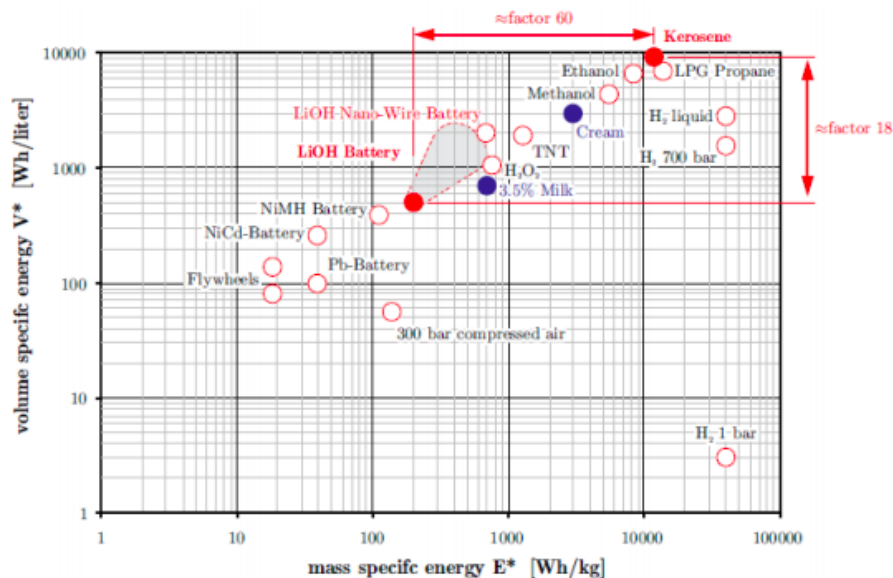
La densidad energética es una medida de la energía que podemos obtener a partir de  $1\text{ kg}$  de una cierta fuente de energía. Consideremos como ejemplo el queroseno, el cual cuenta con alrededor de  $43\text{ MJ/kg}$ . Hoy en día, la mejor de las baterías presentes en el mercado no alcanza  $1\text{ MJ/kg}$ . Ello viene a ilustrar el que para que la aeronave disponga de la suficiente energía para su correcta operación en el perfil de misión, el número de celdas de baterías a incluir sería sumamente elevado, y en consonancia, así lo será su peso. Si se tiene en cuenta el que la aviación como tal depende de la generación de sustentación por parte de una aeronave y que ésta a su vez viene ligada al peso de la misma, el que aumente el peso en baterías repercutirá en una mayor exigencia de potencias. En cierto modo, se entra en un bucle al que se ha de poner freno a partir de establecer criterios de dimensionamiento.

En este sentido, el primer avión 100% eléctrico del mundo, "Alice", ve limitada su capacidad a 9 pasajeros y su alcance a unos 1000km. No obstante, desde el propio fabricante prometen el que puede llegar a revolucionar el mundo de la aviación teniendo en cuenta el que al año se venden

alrededor de 2.000 millones de billetes para vuelos de menos de 400 km cuyo coste podría verse reducido. Ello se sustenta en que si un avión de dimensiones semejantes puede suponer unos 400\$ en carburante para un vuelo de 160 km de distancia, con este avión los costes operacionales se verían reducidos a tan solo 8 – 12\$.

Como suele ser habitual en todo proceso evolutivo, se ha de dar un paso intermedio con la propulsión de carácter híbrido como actor principal, y más en cuanto que las dimensiones de la aeronave alcancen unos valores considerables como ocurre en la aviación comercial.

La energía requerida para el vuelo de una aeronave ha de ser almacenada a bordo. Ello justifica el que uno de los parámetros más distintivos a la hora de caracterizar las fuentes de energía empleadas es la energía específica, denotada por  $E^*$  (Wh/kg), o bien si se hace primar el espacio disponible en forma de energía por unidad de volumen  $V^*$  (Wh/L). En la figura que a continuación se adjunta, se aprecian los valores de estas dos magnitudes citadas para distintos sistemas de almacenamiento de energía como pueden ser el queroseno, hidrógeno en estado tanto líquido como gaseoso, baterías o celdas de combustible. Si se centra la atención sobre las baterías, se distingue un factor de 18 en lo que a energía por unidad de volumen se refiere con respecto a los carburantes convencionales y de 60 para la energía específica. Pese a que la considerable diferencia en cuanto al volumen que sería necesario para albergar la energía requerida para un vuelo se traduciría en un volumen bien de alas o fuselaje donde situar las baterías más elevado, con el consiguiente aumento de superficies y pérdidas de eficiencia en su performance aerodinámica, el principal inconveniente viene asociado al notorio aumento de peso registrado. Es esta la principal limitación que desde hace tiempo lleva lastrando a la propulsión de carácter eléctrico dentro del mundo de la aviación comercial.

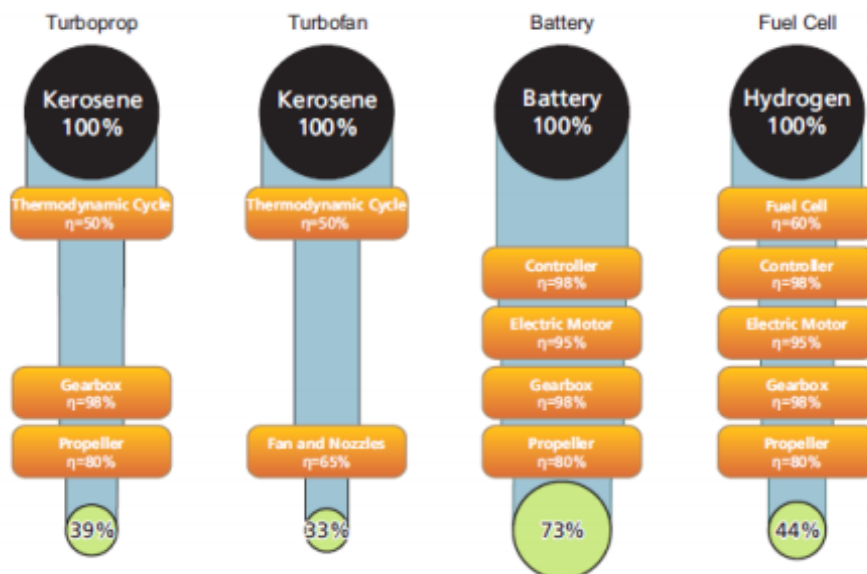


**Figura 2.1** Energía específica y energía por unidad de volumen para una serie de fuentes de energía a bordo de un avión [18].

En este punto cabe introducir el concepto de cadena de eficiencia y es que a la hora de realizar la conversión de la energía almacenada en forma de energía mecánica útil para la propulsión, se producen una serie de transformaciones energéticas que llevan aparejadas unas ciertas pérdidas que son caracterizadas por medio de rendimientos. Como es de esperar en un sistema con una menor



cuantía de dispositivos mecánicos implicados en las pertinentes transformaciones energéticas, es el sistema de propulsión alimentado por baterías el que cuenta con una mayor eficiencia energética.



**Figura 2.2** Cadenas de eficiencia.

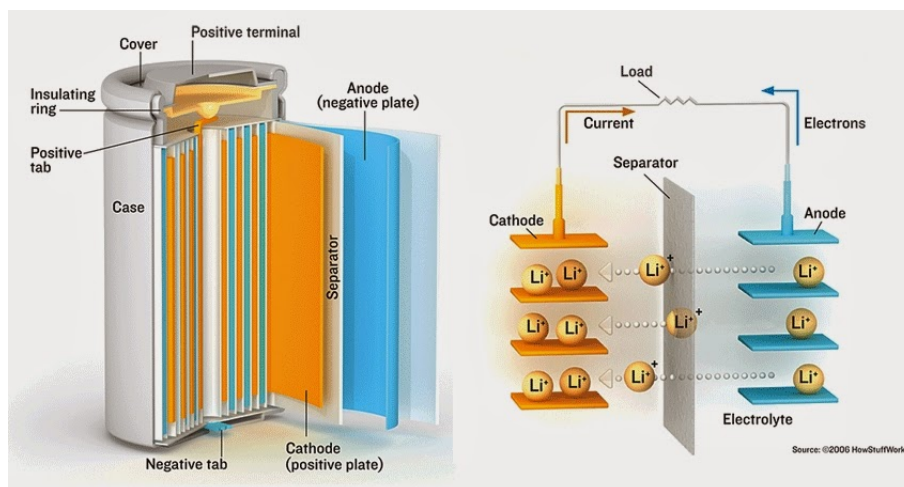
El almacenamiento de energía en baterías va claramente encaminado hacia el objetivo de avanzar en la transición ecológica hacia menores consumos de combustibles fósiles y menores efectos secundarios sobre el ecosistema. En el estado actual de la tecnología parecen ser las baterías la opción más prometedora a la hora de iniciarse en la aviación híbrida; si bien, se están invirtiendo importantes sumas de dinero en el desarrollo de nuevas tecnologías competidoras como celdas de combustible y supercondensadores. No obstante, en el marco de este Proyecto se optará por las baterías como medio de almacenamiento de energía alternativo al propio combustible que la aeronave híbrida ha de portar para completar una misión.

Antes de proseguir, resulta conveniente el definir el concepto de batería eléctrica. Una batería es aquel sistema capaz de almacenar energía en forma química para a posteriori ser transformada en energía eléctrica en forma de corriente continua. La estructura física más pequeña capaz de responder a estos rasgos recibe el nombre de celda, estando por lo general una batería constituida por una asociación en serie de celdas. Como término vinculado al concepto de batería surgen los "módulos de baterías" que no son más que una asociación de las mismas en paralelo.

En cuanto al principio de funcionamiento de una batería, una celda es un dispositivo electroquímico con una estructura que a grandes rasgos se forma de dos electrodos y un electrolito. El electrolito es una sustancia con una alta densidad de iones en la que se sitúan los electrodos, materiales semiconductores que propician las reacciones que han lugar.

La energía química de partida en una batería se asocia a las cargas que los iones de la solución (electrolito) poseen y a partir de una reacción de oxidación-reducción (REDOX) entre los electrodos es transformada en energía eléctrica. Se ha de distinguir entre electrodo positivo o ánodo que alberga la capacidad de cargarse positivamente y atraer cargas negativas, y el electrodo negativo o cátodo,

que capta cationes. En todo este proceso se requiere de un cierto medio que permita el transvase de cargas entre ambos electrodos, de ahí la función del electrolito.



**Figura 2.3** Esquema sobre el funcionamiento de una batería de ión-litio.

El que la conversión de energía química en eléctrica sea un proceso reversible o no determina el que las celdas se clasifiquen en primarias, aquellas que una vez producida la reacción no regresan a su estado original, agotando su capacidad de almacenar corriente eléctrica, y secundarias, caracterizadas porque pueden recibir una aplicación de energía eléctrica para restaurar su composición química original, y de ese modo ser empleadas en contadas ocasiones hasta deteriorarse sus prestaciones. Debido a las circunstancias de uso que se le plantean a las baterías en el mundo de la aviación no es de extrañar el que se empleen celdas secundarias o baterías recargables que permitan ser reutilizadas de un vuelo a otro.

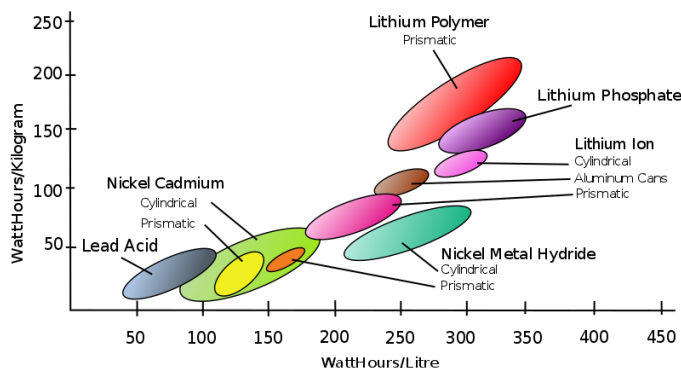
Las características y, en definitiva, el comportamiento de una batería están en gran medida marcados por el material del que se componen los electrodos y el electrolito, y es que se encuentran en el mercado baterías alcalinas, de ácido-plomo, níquel-hierro, níquel-cadmio, ion-litio o de polímero de litio entre otras. De entre las posibilidades que se plantean a la hora de implementar baterías en una aeronave se optará por el uso de baterías de ion-litio, nombre al que responden por contar con una sal de litio como electrolito, en base a una serie de ventajas comparativas que a continuación se argumentarán, tratando además algunos inconvenientes que su uso lleva aparejado.

Las baterías de ion-litio poseen propiedades que las hacen tremendamente superiores a otras opciones como pueden ser las de níquel-cadmio.

- **Ventajas**

- Reducción de peso por unidad de dispositivos: Los electrodos de este tipo de baterías o aquellos de carbono resultan ciertamente más ligeros que en otras baterías para una misma cantidad de carga almacenada. En cuanto al electrolito, el que el litio sea un metal altamente reactivo conlleva el que posee una gran cantidad de energía potencial almacenada entre sus enlaces atómicos en espacios muy reducidos, lo cual se traduce en un menor volumen de batería para una cantidad de carga dada y el que la separación de los iones sea fácilmente alcanzable siempre y cuando se aporte la energía requerida. Por último, si se procede a comparar en términos de densidad energética las baterías que copan el mercado, se observa

como las baterías de ion-litio alcanzan en torno a 150Wh/kg frente a los escasos 60-70Wh/kg que suelen presentar las pilas convencionales de níquel-cadmio o níquel-hidruro. Las baterías de polímero de litio surgen como una variante de las baterías de ion-litio con unas mejores prestaciones en cuanto a densidad energética o tasa de descarga pero con mayores inconvenientes en cuanto a su vida útil.



**Figura 2.4** Comparativa sobre la densidad energética de las principales baterías en el mercado..

- Pequeñas pérdidas de carga: las baterías de ion-litio presentan una menor tendencia al denominado efecto memoria, en otras palabras, poseen una elevada resistencia a las descargas cuando éstas no son utilizadas durante un espacio de tiempo prolongado. Las baterías de la naturaleza escogida presentan pérdidas como máximo de un 5 % de su energía acumulada frente al 20 % de las de níquel-hidruro.
- Vida útil prolongada: pueden estar sujetas a un elevado número de ciclos de carga y descarga sin que su rendimiento se vea mermado.

#### • Inconvenientes

- Su vida útil es limitada y por lo general de menor alcance que la de los principales componentes de la planta de potencia de una aeronave. Ello implica el que el almacenamiento de las baterías ha de efectuarse de una manera tal que sean fácilmente accesibles para su intercambio una vez se hayan alcanzado unos ciertos ciclos de vida.
- Las altas temperaturas reducen considerablemente el rendimiento y la energía acumulada por las baterías de ion-litio. Como solución se emplean otros materiales en la carcasa del dispositivo, en las láminas productoras de energía en su interior o se opta por combinación de diferentes metales o aleaciones junto al litio para minimizar las descargas no deseadas. Además, cuentan con elementos inflamables que podrían llegar a explotar, por lo que su coste de producción suele ser elevado por las medidas de seguridad a implementar.

Una vez descrito el principio de funcionamiento de las baterías, resulta bastante más hacedero el comprender la definición de los distintos parámetros que caracterizan a las baterías de ion-litio que se implementarán en el avión en cuestión.[1]

- Voltaje de la batería: tensión entre los bornes de la celda, definida por el potencial de reducción del cátodo. Normalmente está definida entre unas tensiones mínima y máxima,  $V_{MIN}$  y  $V_{MAX}$ .
- Capacidad de carga: es el tiempo en que una corriente de un determinado amperaje puede ser extraída de una batería antes de que ésta se agote. Depende de la cantidad de material reactivo que contenga la celda y que entrará en juego en la reacción REDOX. Por ejemplo, si la capacidad de una batería es de  $C = 40Ah$ , ésta en teoría puede suministrar 4A durante

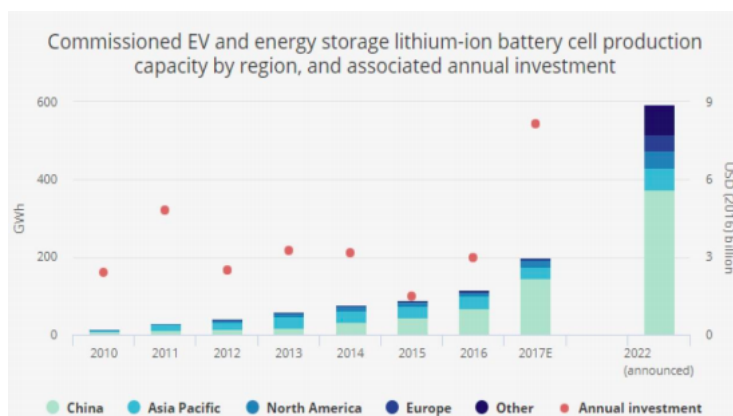
10 horas, 8 A durante 5 horas u 80A durante media hora. Esto no es del todo cierto pues la capacidad variará en cierto modo en función de cómo se extraiga la carga.

- Resistencia interna: es la resistencia que opone la propia celda como material ante el flujo de corriente.
- Corriente máxima de carga o descarga: corriente máxima a la que se puede cargar o descargar la batería. Suele venir recomendada por el fabricante. En caso de que la corriente que circula por la celda sobrepase el valor máximo, los daños registrados pueden llegar a ser irreversibles y desembocar incluso en una explosión. Con miras a evitar tales riesgos, el circuito de control de la celda, además de limitar la tensión, está capacitado para monitorizar la corriente que circula en cada instante y, en caso de llegar a esa corriente máxima, cortar el paso de corriente y paralizar el funcionamiento de la batería.
- Energía específica y densidad energética: cantidad de energía que puede suministrar un elemento en relación con su masa y su volumen. Depende del voltaje y capacidad estándares.
- Estado de carga (SOC): Capacidad disponible de la batería en función de su capacidad nominal. Se expresa en porcentaje.
- Ciclos permitidos y reales de carga-descarga (n): cada batería viene definida por el número de ciclos de carga-descarga que será capaz de llevar a cabo correctamente, que no tienen por qué corresponderse con los ciclos que vaya a ser capaz de sufrir en la práctica.
- Rendimiento: relación entre la energía eléctrica que suministra una batería y la que es necesaria para cargarla de nuevo. Viene influenciado por la velocidad a la que sea cargada la batería (mayor rendimiento a menor velocidad de carga) y el perfil de corriente que sufra en la descarga.

El funcionamiento de una batería no se adecúa a una ley inexorable y es que se ve afectado por multitud de factores como pueden ser la temperatura, la vida útil del dispositivo, el SOC o el tipo de carga y descarga. El aumento de temperatura influye de manera directa en las propiedades de los componentes químicos que intervienen en las baterías y con ello en la reacción REDOX, lo cual supone una disminución tanto de la tensión como de la capacidad útil de la batería. En la práctica, en asociaciones de un número cuantioso de celdas ni tan siquiera la temperatura de trabajo es la misma para todas ellas y es que aquellas celdas en los extremos estarán más expuestas a la ventilación que las situadas en el medio. En el alcance de este Proyecto no se tendrán en cuenta aspectos como los modelos térmicos de baterías que resultarían necesarios incluir por su tremenda complejidad ni el grado de envejecimiento al que se verán sometidas las baterías a lo largo de su vida útil pues se supondrá que las propiedades de las baterías permanecerán presumiblemente inalteradas dentro del número de ciclos de vida que se estima que soporten.

Los altos niveles de actividad y competitividad en el sector de las baterías han desencadenado toda una batalla comercial por hacerse con la mayor cuota de mercado. Se trata de un sector altamente influenciado por las agendas gubernamentales que buscan el atraer a empresas productoras de nuevas tecnologías disruptivas a sus regiones. El negocio de las baterías se encuentra especialmente extendido por el sudeste asiático y China, con la inmensa mayoría de las en torno a 200 fábricas existentes en el mundo situadas en dicho país. La expansión de la tecnología a nivel global acarrea un subsecuente incremento de la producción de baterías, llegando a alcanzarse la escalofriante cifra de 8 billones de dólares de gasto anual en el sector a fecha de 2017. Entre los principales desarrolladores de baterías se sitúan el gigante de la electrónica, Samsung, junto a Panasonic, una compañía química como LG Chem o especialistas en baterías como son CATL y Guoxuan High-Tech. En el gráfico de barras que se incluye a continuación se refleja la evolución de la producción anual de baterías,

detallando los porcentajes en función de su procedencia, y la inversión que se ha efectuado cada año en lo referente a baterías.



**Figura 2.5** Producción anual de baterías [23].

Todo apunta a que el desarrollo inmediato de las baterías estará vinculado al mundo de la automoción, pues ya en nuestros días buena parte de las baterías que se producen son adquiridas por fabricantes de coches como BYD y Tesla, este último en cooperación con Panasonic. Las principales tendencias de mejora van enfocadas hacia las baterías de estado sólido con las que se pretende prosperar sobremedida en la energía específica que se oferta actualmente y que bajo una perspectiva conservadora mantendrá una tasa de crecimiento de al menos el 8 % anual.

En buena medida, el sector de la aviación podrá retroalimentarse de los desarrollos que se implementen anteriormente en coches para comenzar a dar sus primeros pasos hacia el mundo eléctrico. No obstante, las diferencias existentes entre ambos medios de transporte se trasladarán asimismo a las exigencias que se plantearán para las baterías a usar.

**Tabla 2.1** Tabla comparativa sobre las características de baterías a implementar en automóviles y aeronaves [23].

	Automóviles	Aeronaves
<b>Vida útil</b>	La vida útil de un coche es de unos 6 años, unos 200000km, que se corresponde con menos de 1000 ciclos.	Un avión comercial regional puede volar durante unas 10h al día, con lo que se alcanzan hasta 5000 ciclos.
<b>Coste</b>	La industria automovilística impulsa soluciones de bajo coste y mantenimiento.	Es directamente proporcional a la vida útil esperada de una batería, por lo que cabe esperar mayores inversiones iniciales en aviones.
<b>Seguridad</b>	Factor importante.	Las exigencias de seguridad en aviones son mucho más elevadas, de ahí el que se opte por productos químicos para las baterías más costosos pero de mejor calidad.

## 2.1 Selección de baterías

En este punto, se está en condiciones de proceder a la elección del modelo de batería que se implementará en la aeronave híbrida bajo desarrollo. A continuación, se incluyen las hojas de especificaciones correspondientes a 3 baterías en el mercado actual de entre las que escoger una. Todas ellas son baterías de ion-litio por los motivos que anteriormente se argumentaron. Los dos primeros modelos son producidos por el fabricante chino de baterías Thunder Sky, siendo ambas baterías de dimensiones considerables y con la única diferencia entre ellas de su capacidad nominal. Las baterías de Panasonic comparten unos voltajes de operación muy similares a las anteriores aunque con un peso por celda bastante inferior.

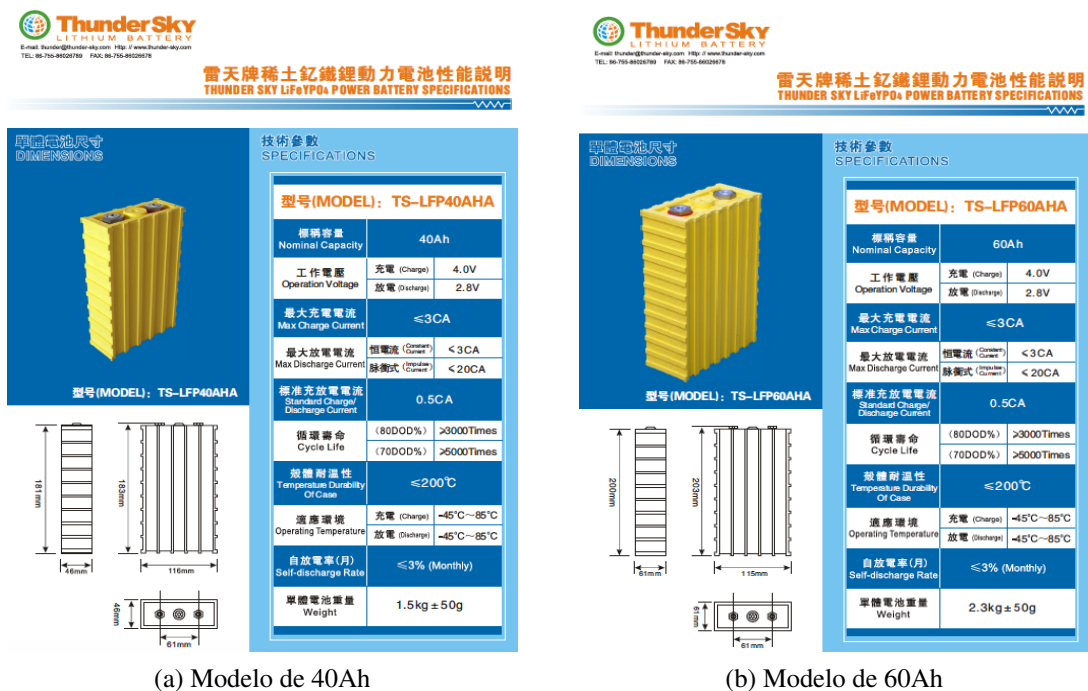
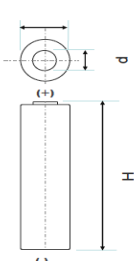


Figura 2.6 Especificaciones de modelos de batería de Thunder Sky [26].

### Specifications for UR18650NSX

Specifications			Dimensions							
Rated capacity <sup>(1)</sup>		2500mAh								
Capacity <sup>(2)</sup>	Minimum	2500mAh								
	Typical	2600mAh								
Nominal voltage		3.6V								
Charging	Method	CC-CV								
	Voltage	4.20V								
	Current	Std. 1750mA								
	Time	Std. 180min.								
Weight (max.)		45.8g								
Temperature	Charge	10 to +45° C								
	Discharge	-20 to +60° C								
	Storage	-20 to +50° C								
Energy density <sup>(3)</sup>	Volumetric	512 Wh/l								
	Gravimetric	204Wh/kg								
			With tube	<table><tr><td>H</td><td>Max. 65.3mm</td></tr><tr><td>D</td><td>Max. 18.5mm</td></tr><tr><td>d</td><td>Max. 6.6mm</td></tr></table>	H	Max. 65.3mm	D	Max. 18.5mm	d	Max. 6.6mm
H	Max. 65.3mm									
D	Max. 18.5mm									
d	Max. 6.6mm									

<sup>(1)</sup> At 20° C. <sup>(2)</sup> At 25° C.

<sup>(3)</sup> Energy density is calculated using bare cell dimensions (without tube).

When designing a pack, refer to the cell's mechanical drawing for precise dimensions.

**Panasonic**

Figura 2.7 Especificaciones modelo de batería UR18650NSX de Panasonic.

En cuanto a los ciclos de vida es cierto el que, por norma general, serán las baterías chinas aquellas de las que se espera una vida útil más prolongada. Sin embargo, se tomará como criterio diferencial a la hora de escoger el modelo de batería, teniendo en cuenta que la principal limitación de una aeronave va encaminada hacia el peso de la misma, el que su energía específica, expresada en Wh/kg, sea la máxima de entre las analizadas.

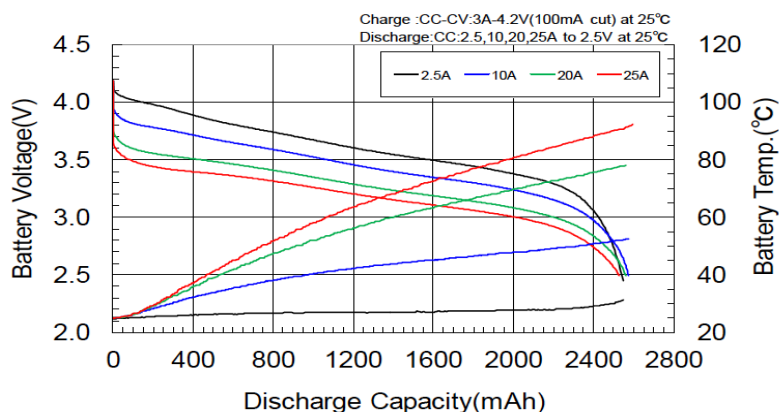
En el caso de la batería de Panasonic se dispone directamente de este dato en la hoja de especificaciones incluida. No ocurre esto mismo para los modelos chinos; no obstante, la energía específica de una celda puede ser fácilmente estimada a partir de la información disponible como sigue:

$$E^* = \frac{Q_{nom} \cdot V}{m_{bat}} \quad (2.1)$$

donde  $Q_{nom}$  denota la capacidad nominal,  $V$  el voltaje de descarga y  $m_{bat}$  la masa de la batería en cuestión. A partir de tal expresión, se llega a que las baterías chinas con capacidades de 40Ah y 60Ah responden a una energía específica de 74.6Wh/kg y 73Wh/kg, respectivamente. Este valor resulta ser muy inferior a los 204.4Wh/kg que se obtienen para las celdas de Panasonic. La gran diferencia registrada hace primar este criterio sobre el que se tenga una mayor vida útil. La vida útil de una batería viene determinada por una cierta reducción en su capacidad, en la potencia disponible o una combinación de ambas. En el mundo de la automoción, el final de la vida útil se da una vez la capacidad de la batería se ve reducida hasta un 80 %. En un avión, además se tendrá en consideración el que se tenga capacidad para proporcionar la potencia requerida en la fase de despegue por motivos de seguridad. En cualquier caso, se asumirá el que durante el tiempo que estas baterías estén en uso en la aeronave sus propiedades permanecerán prácticamente inalteradas, pese a que una serie de operaciones de mantenimiento periódicas pasarían a ser de obligado cumplimiento. Aunque no se ha mencionado como criterio insignia para la elección de las baterías, se ha de hacer notar que el modelo de Panasonic destaca frente a otras baterías competidoras por las elevadas intensidades de descarga para las que están ideadas, aspecto que puede ser sumamente ventajoso en aplicaciones aeronáuticas dada la magnitud de las demandas de empuje y velocidades de vuelo.

### 2.1.1 Modelado de descarga de baterías

Una vez se ha decantado la balanza por la elección de las baterías del modelo UR18650NSX de Panasonic, se está en disposición de establecer un modelado para el funcionamiento de las mismas que permita determinar cómo interaccionan a la hora de proporcionar la potencia eléctrica requerida y cómo determinar el número de celdas que se requerirán.



**Figura 2.8** Curvas de descarga de las baterías UR18650NSX de Panasonic.



La gráfica anterior pone a disposición del lector la tensión en una celda de batería en función de la capacidad de descarga, siendo la capacidad nominal de 2600mAh. Las curvas de descarga de las celdas vienen parametrizadas en función de la intensidad a la que se descarga, siendo menor la capacidad que en la práctica se alcanza cuanto mayor es la intensidad. De cara a reflejar en el modelado de las celdas, la variación del voltaje tanto en función de la intensidad de descarga como de la capacidad que hasta ese instante ha sido consumida, se ha optado por expresar el voltaje de la batería como:

$$V_{cell} = V_0 - m_2(I - I_0) - m \sum_{i=1}^{n-1} I_i \Delta t_i \quad (2.2)$$

Los dos primeros sumandos de la ecuación previa tratan de modelar el decremento de la ordenada en el origen conforme aumenta la intensidad de descarga de acuerdo a una ley de variación lineal con pendiente  $m_2 = 0.022V/A$  y en la que se partiría de una tensión correspondiente a circuito abierto de  $V_0 = 4.155V$  e  $I_0 = 2.5A$  para el despegue y asumiendo que se tuviesen las baterías cargadas al 100%, pero tomando los pertinentes valores de tensión e intensidad de comienzo al iniciar cada uno de los segmentos en las restantes fases del vuelo. Por su parte, el último término hace alusión al descenso de la tensión de operación conforme la batería se va descargando. Se ha considerado igualmente una disminución lineal a razón de  $m = 0.3028V/(Ah)$  para todas las curvas posibles y la integral que sería requerida de cara a calcular la capacidad disponible ha sido reemplazada por la regla del rectángulo. La regla del rectángulo es el modelo más simple dentro de los métodos de integración con fórmulas de Newton-Cotes, consistente en calcular el valor aproximado de la función  $f(x)$ , sustituyendo dicha función por un polinomio constante, es decir, un polinomio de grado 0. El motivo de esta decisión radica en la dificultad que la obtención de una expresión analítica de la tensión como función de la intensidad o viceversa conlleva, y que ha llevado a desechar otras metodologías de integración numérica quizás más precisas pero con las que se alcanzarían valores que aún siendo más certeros, convendrían en un grado de complejidad ni mucho menos merecedor de tal esfuerzo computacional y coste temporal.

De cara a determinar el número de celdas que se han de asociar en serie y paralelo conviene introducir una explicación al respecto. La conexión en paralelo de dos baterías iguales permite obtener una salida dos veces la capacidad de las baterías individuales, manteniendo el mismo voltaje nominal. Como ejemplo, si se tienen dos baterías de 2.6Ah y 3.6V cada una, conectadas en paralelo, se obtendrán 3.6V de tensión y 5.2Ah. Por su parte, la conexión en serie de estas mismas baterías resultaría en una caída de tensión total de 7.2V, manteniéndose la capacidad de 2.6Ah. La combinación del conexionado serie-paralelo de estas celdas permitirá garantizar la obtención de la potencia demandada.

El dimensionamiento de la planta motora híbrida se realizará a partir de determinar el número de celdas que serán requeridas de cara a efectuar un vuelo de crucero de un cierto alcance. A pesar de que la misión cuenta con otros múltiples segmentos como puede ser el despegue (aún más exigente si cabe por las exigencias de potencia en este tramo), si se asume el que por lo general las baterías no serán utilizadas o al menos, no a un mismo nivel, durante todo el vuelo, resulta una aproximación adecuada el usar la distancia total de la misión de cara al cómputo total de baterías, y además en unas condiciones correspondientes al crucero por ser este el segmento que más se prolonga en el tiempo. Se ha de señalar el crucial papel que en todo este proceso de selección juega el denominado grado de hibridación, que en adelante se denotará por  $\Phi_H$  y que define el porcentaje de potencia proporcionado por las baterías con respecto a la total demandada por la aeronave. Se trata de un parámetro que claramente estará sujeto a variación en función de la conveniencia de una mayor o menor implicación del modelo eléctrico en la propulsión y que, como tal, será crucial en el proceso de optimización de la plataforma que se plantea.



El número de celdas en serie que se implementarán en cualquier misión será fijo y es que como consecuencia del empleo de un dispositivo DC-DC, que como será explicado a posteriori, permite modificar los valores de tensión desde los propios del motor eléctrico hasta un valor fijo de 270V de continua (valor habitual en nuevas generaciones de aeronave con distribución de corriente en continua) que se establecerán como entrada al conjunto de baterías. Históricamente la distribución en alterna se ha antepuesto a la continua debido a que ésta requiere de una electrónica de potencia altamente compleja para el cambio de tensiones. Sin embargo, la potencia en continua a muy alta tensión puede resultar más beneficiosa que la alterna pues no se ve afectada por la variación sinusoidal que obliga a sobredimensionar el cable para alcanzar una misma  $P = V \cdot I$ . En base a ello y a la explicación introductoria que más arriba se realizó acerca de la asociación en serie y paralelo de celdas, el número de celdas que se debe asociar en serie asumiendo una caída de tensión por cada una de ellas igual a la nominal es

$$N_{serie} = \frac{V_{DC-DC}}{V_{nominal}} = 73 \quad (2.3)$$

Si bien es cierto que el valor de tensión estará sujeto a disminuciones conforme avanza el vuelo como consecuencia de la descarga, el disponer de un dispositivo de tipo DC-DC garantiza el que pese a ser las tensiones en la conexión del lado de las baterías inferior a estos 270 VDC (el número de celdas en serie de 73 estaría multiplicado por un valor inferior al nominal de 3.6 V), se efectúe el cambio de tensión que permita garantizar una tensión adecuada en la línea de distribución de la aeronave.

Una vez conocido el número de celdas en serie, el siguiente paso se encamina a determinar el número de paralelos con los que se proporcione la capacidad requerida para el perfil de misión planteado. El procedimiento a seguir pasa por la resolución de un "fsolve", función implementada en MATLAB con la que resolver sistemas de ecuaciones no lineales. A tal función le llegarán como entradas parámetros tales como el avión con que se esté trabajando y las condiciones de vuelo (altitud, velocidad, alcance del crucero) así como ciertos parámetros que definen el ciclo termodinámico del motor en el punto de diseño como  $\theta$ ,  $\pi_c$  o  $\alpha$ . En cierto modo, estas entradas resultan necesarias de cara a una segunda función que recibe el nombre de *modelo\_empuje\_integrado*, que lleva incluida el modelo de motor fuera de diseño, con la que se determina entre otros aspectos el empuje demandado por la aeronave para la situación expuesta y el consumo de combustible bajo las condiciones impuestas. Otra de las entradas a esta función con la que determinar el número de paralelos será la potencia de baterías supuesta para el crucero, bien dada como un valor fijo o como porcentaje,  $\Phi_H$ , respecto al total requerido. A partir de ello y por ser conocidos los rendimientos propulsivo (previa obtención con los mapas generalizados de la hélice) y de la "gear box", que permite la reducción de las revoluciones de entrada a la hélice, se puede determinar

$$T_{hbat} = P_{hbat} \cdot \frac{\eta_{box} \eta_{prop}}{V} \quad (2.4)$$

la fracción de empuje demandada por la hélice que provendría de baterías. Si bien, puesto que la energía mecánica de entrada a la hélice requiere de una conversión previa desde energía eléctrica en el motor/generador, se introduce una función de interpolación que tenga en consideración el mapa de funcionamiento del motor y en base a ello la potencia que en la práctica se demandaría a la asociación de baterías.

Por ser conocidos tanto el empuje total que en cada instante se precisa, pues así lo determina el perfil de misión en cuestión, y el empuje proporcionado por las baterías, se llega a la conclusión de

que

$$T_{motor} = T - T_{bat} \longrightarrow TSFC = TSFC(h, V, T_{motor}) \quad (2.5)$$

con lo que se obtiene el consumo específico de la aeronave con el que identificar el gasto másico de combustible.

Otra de las salidas de la función *modelo\_empuje\_integrado* es el vector de tiempos asociado al crucero impuesto, que será de utilidad para el cálculo de  $\Delta t$ , previo paso de unidades *s* a *h*. La intensidad que en cada instante de tiempo recorre cada una de las celdas de batería puede determinarse a partir de la siguiente igualdad

$$P_{cell} = \frac{P_{bat}}{N_{serie} N_{paralelo}} = V_{cell} \cdot I_{cell} \quad (2.6)$$

donde sustituyendo la expresión (2.2) se llega a una ecuación cuadrática para la intensidad.

$$I_{cell}(t_n) = \frac{I_0 \cdot m_2 + V_0 - m \cdot \sum_{i=1}^{n-1} I_i \Delta t_i - \sqrt{\left( I_0 \cdot m_2 + V_0 - m \cdot \sum_{i=1}^{n-1} I_i \Delta t_i \right)^2 - \frac{4P_{bat}}{N_{serie} N_{par}} \cdot (m_2 + m \cdot \Delta t_{n-1})}}{2 \cdot (m_2 + m \cdot \Delta t_{n-1})} \quad (2.7)$$

Se ha de tener especial atención a la hora de cuantificar la tensión e intensidad en cada celda en el instante inicial pues no será posible definir los incrementos de tiempo anteriores que se observan en la expresión anterior.

$$I_{cell}(t_1) = \frac{I_0 \cdot m_2 + V_0 - \sqrt{(I_0 \cdot m_2 + V_0)^2 - \frac{4P_{bat}}{N_{serie} N_{par}} \cdot m_2}}{2 \cdot m_2} \quad (2.8)$$

$$V_{cell}(t_1) = V_0 - m_2(I_{cell}(t_1) - I_0)$$

La ecuación que permite establecer el número de paralelos se deriva de imponer el que en el último instante de tiempo la caída de tensión en la celda sea igual a los 3V por debajo de los cuales se pierde la linealidad en las distintas curvas de descarga y que puede ser considerado un claro criterio para el deterioro de la celda en uso. Tal expresión para el "fsolve" puede caracterizarse por

$$SOD_V = 100 - \frac{V_0 - V_{cell}(t_{end})}{1.155} \cdot 100 \quad (2.9)$$

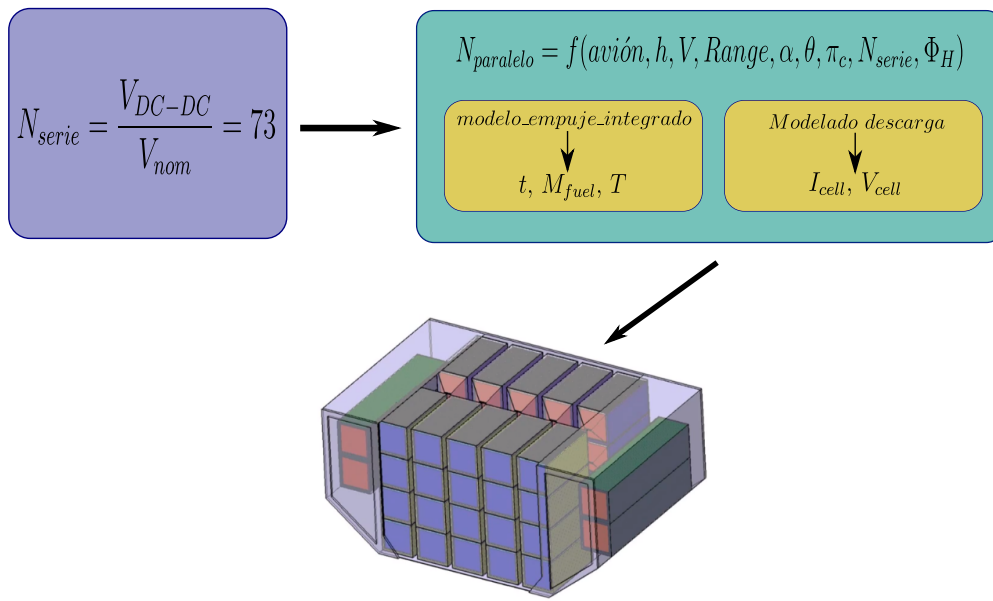
donde recuérdese que el valor de tensión en circuito abierto era de  $V_0 = 4.155V$ . Sin embargo, dada la naturaleza del modelado de descarga considerado bajo una ley lineal, no se está recogiendo la posibilidad de que al descargar a bajas intensidades, frecuentes fundamentalmente en segmentos menos exigentes como el crucero, la curva de descarga sobrepasara la capacidad nominal sin aún haber alcanzado el valor de 3 V. En definitiva, el problema radica en no introducir la caída brusca de tensión común a todas las curvas reflejadas en la figura 2.8 al alcanzarse capacidades próximas a la nominal. Ello precisaría de introducir leyes de interpolación para obtener el voltaje en cada instante e incapacitaría la determinación de la intensidad por medio de imponer la igualdad de potencias. Todo ello puede ser en definitiva resuelto incluyendo una segunda ecuación al sistema para el dimensionado del bloque de baterías con la que imponer que al finalizar el segmento de crucero, empleado como base para los cálculos, tanto el voltaje como la descarga en capacidad se

correspondan con un estado de descarga de las baterías (siempre guardando los pertinentes márgenes de seguridad, sin descargar al 100 %, que va del lado de la seguridad de las baterías).

$$SOD = Q_{nom} - \sum_{i=1}^n I_i \Delta t_i \quad \text{donde} \quad Q_{nom} = 2.6 Ah \quad (2.10)$$

La resolución del sistema de ecuaciones no lineales escenificado en las expresiones (2.9) y (2.10) proporciona el valor de  $N_{paralelo}$  con que cerrar el dimensionamiento del módulo de baterías. Por último, una vez se han averiguado los paralelos necesarios para dar respuesta a la misión, el peso que la planta motora eléctrica conlleva será

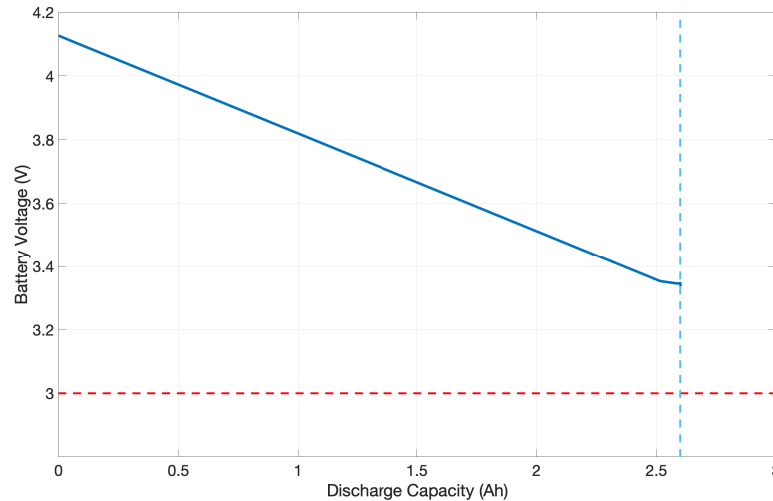
$$m_{bat} = 0.0485 \cdot N_{serie} \cdot N_{paralelo} \quad \text{kg} \quad (2.11)$$



**Figura 2.9** Esquema del proceso a seguir para la determinación del dimensionamiento del módulo eléctrico y diseño desarrollado en CATIA V5 del aspecto que el apilamiento de las celdas de baterías podría presentar.

Una vez el número de celdas de batería queda fijado para la misión en cuestión, la manera de acometer el modelado de la propulsión híbrida será completamente idéntico al mostrado anteriormente. En cada instante del perfil de vuelo, se tendrán unos ciertos requisitos de potencia eléctrica en función del reparto considerado y en base a ellos se determinarán las tensiones e intensidades en las celdas. Un aspecto a tener en cuenta es el que en cualquier caso la intensidad no sobrepase unos valores desorbitados o más bien que el radicando no se hiciese negativo y, en consecuencia, las intensidades se tornaran complejas. Ello dependerá fuertemente del grado de hibridación e implicará el que en segmentos más demandantes como el despegue no se eleve tanto el nivel de exigencia. El grado de descarga de las baterías conforme se desarrolla la misión se medirá a partir de las expresiones (2.9) y (2.10), de modo que en caso de que se sobrepase el 100 % de descarga (incluidos unos ciertos márgenes de seguridad), se forzará a hacer uso únicamente de la planta motora convencional, a expensas de poder realizar posteriores recargas de las baterías que permitan seguir usándolas.

De cara a comprobar la robustez del modelo de descarga de baterías implementado numéricamente, se ha optado por la inclusión en este punto de las curvas de descarga que se obtendrían a lo largo de segmentos como aceleración, crucero y bajada en un vuelo de los perfiles de misión propuestos. El aspecto de las gráficas que aquí se muestre es extensible a otros aviones y misiones pues la diferencia radicaría básicamente en las demandas de potencia impuestas a la plataforma híbrida y, por ende, modificaciones en las intensidades de entrada a las distintas líneas que repercutirán en mayores o menores pendientes de las curvas definitivas.



**Figura 2.10** Curva de descarga para segmentos de crucero y descenso.

La curva de descarga anterior corresponde a los segmentos de crucero y despegue en los que se impone un reparto del 20 % a proporcionar por las baterías. En primer lugar, destacar la apreciable linealidad en la gráfica mostrada en concordancia con las curvas con las que se cuenta en el data-sheet del fabricante. El haber hecho gran hincapié a la hora de lograr envolventes de vuelo con empuje continuo deriva en que las intensidades de entrada al módulo de baterías difiera poco de un instante de tiempo al otro y que no se produzcan picos en las curvas mostradas. De hecho, tan solo en el cambio entre segmentos de crucero y descenso es cuando las intensidades experimentan una mayor variación y de ahí el que se produzca una cierta pérdida de linealidad en el tramo final de la curva de descarga (caída de la tensión de 3.3471 V a 3.3463 V en la transición entre segmentos debido a mayores demandas de intensidad). Por último es digno de mención el hecho de que bajo estas premisas impuestas es la condición de capacidad nominal (2.10) la que se satisface en primer lugar, tónica general en segmentos de crucero pues las demandas de empuje no son muy exigentes, las intensidades de entrada a las baterías son bajas y las caídas que el término lineal producen en la tensión son menores. Sin embargo, el tiempo en el que se desarrolla este segmento sí que es elevado y de ahí el que la descarga sea por capacidad. En este punto aparece como solución la posibilidad de recarga (explicada en las próximas páginas) durante distintas fases del vuelo con la que asegurar la operación de las baterías durante una mayor fracción del crucero.

### 2.1.2 Modelado de recarga de baterías

Como punto a favor de los sistemas de propulsión híbrido dentro del mundo de la aviación, sale a relucir la posibilidad de recarga del sistema de baterías a bordo sin necesidad de detener el vehículo. En estas condiciones se modifica el flujo energético de manera tal que se demanda un extra de potencia a la turbina de gas que permita acometer la generación de la electricidad necesaria para

cargar las baterías. Conseguir un proceso de recarga óptimo durante fases en las que las exigencias al generador de gas sean relativamente bajas y se permita demandar el extra de potencia mencionada para restaurar tanto la capacidad como el nivel de tensión de las baterías aumenta los beneficios a destacar en este tipo de propulsión, con especial atención a los vuelos de larga duración pues estos procesos en cualquier caso llevarán aparejados un cierto tiempo durante el cual no es que se reduzcan las exigencias del generador de gas sino que se verán aumentadas. El hecho de poder efectuar recargas en vuelo implica el que el dimensionamiento de baterías que inicialmente se había propuesto puede ser algo más laxo, incluyendo un menor número de celdas, pues se asumirá el que con la recarga en vuelo se dará respuesta a las demandas energéticas, debiendo establecerse en todo momento un claro balance entre el peso de baterías y la disponibilidad de ventanas de recarga.

Las baterías de ion-litio que finalmente fueron seleccionadas destacan entre otros aspectos, y de hecho fue un punto asimismo clave en su preferencia frente a otras alternativas, no solo por sus propiedades en cuanto a densidad de energía o capacidad nominal, sino por presentar un mejor comportamiento trabajando a altas intensidades. Llevando a cabo un análisis comparativo de las curvas de descarga de algunos de los modelos que fueron considerados, se llegó a la conclusión de que eran únicamente las baterías del modelo UR18650NSX aquellas que permitían alcanzar intensidades del orden de 20-30A, que mediante cálculos previos se estimaba que serían registradas durante fases altamente demandantes en potencia como cortos períodos de aceleración, subidas, redondeos o despegues. No obstante, la ventaja en cuanto a la magnitud de las intensidades mencionada para la descarga no se observa del mismo modo para la recarga donde aparecen intensidades del mismo orden que en baterías competidoras.

### **Modo de Carga: CC/CV**

Una batería se encuentra descargada bien cuando su voltaje se encuentra por debajo del voltaje de "cut – off" o cuando el estado de carga de la batería (SOC) está por debajo de un 20 % de su valor nominal. En este punto, es imperativo el detener el proceso de descarga e iniciar la recarga si se pretende seguir empleando las baterías en vuelo.

A la hora de recargar una batería se distinguen varias metodologías o modos de acometer la recarga. Por norma general, estos procesos de carga al igual que ocurre con los de descarga son monitorizados o regulados por medio de un sistema conocido como "*Battery Management System*", el cual lleva un seguimiento de los valores de tensión, intensidad y temperatura en las baterías de modo que su funcionamiento sea lo más eficiente posible y preservando en todo momento el tiempo de vida útil de las celdas. Sin embargo, dado el calado del Proyecto, mayormente enfocado al análisis de flujos de energía entre sistema eléctrico y motor convencional, se modelará un proceso de recarga (igualmente se hizo así en el de descarga) sin contemplar las regulaciones pertinentes en aspecto de temperatura interna, y es que se llegaría a requerir modelos mucho más complejos que necesitarían incluso de ensayos en laboratorio para caracterizar propiedades de las celdas como su resistencia interna, sumado todo ello a que la distribución de temperaturas no sería ni mucho menos uniforme y las temperaturas alcanzadas en las celdas del centro del apilamiento serían más elevadas.

En baterías de ion-litio, en lo que a la recarga se refiere, está altamente extendido un método consistente en dos fases como es el de corriente constante - voltaje constante (CC/CV). En la primera de las etapas, se aplica una intensidad constante de carga con la que ir incrementando la capacidad y tensión de las baterías hasta alcanzar el valor de umbral de seguridad del voltaje, momento en el que se cambia al modo CV. El proceso de carga no se iniciará con las celdas totalmente descargadas pues en sintonía con la intención de prolongar la vida útil de las baterías se limitó el voltaje en la

descarga a 3V. En la práctica, cuando se tiene un valor de voltaje algo inferior a estos 3V se aplica inicialmente una pre-carga que permita estabilizar esta tensión en torno a la de cut-off.

Tal y como se ha adelantado, una vez el voltaje alcanza su límite superior y la capacidad de carga se aproxima a su máximo, se produce una drástica reducción de la corriente de entrada hasta valores de en torno a un 3 % – 10 % de la corriente inicial de carga. Es durante esta etapa del proceso cuando se aplica una tensión constante de carga y se llega a completar la capacidad de la batería.

Como apunte, el método de carga CC-CV es bastante más eficiente de lo que es cada uno de los métodos de CC o CV por separado. El principal escollo de esta metodología radica en la elección de los valores constantes para cada modo pues se habrá de hacer un balance entre el desempeño de la batería en la carga y su seguridad. Uno de los inconvenientes de este método de carga se asocia precisamente a su segunda fase por ser elevado el tiempo del que precisa. Los procesos de carga descritos por los fabricantes suelen llevar del orden de varias horas; en concreto, el tiempo de carga estimado para las baterías seleccionadas es de 180 min bajo una intensidad recomendada en la fase de CC de 1.75A. El tiempo de duración de la recarga es algo fundamental en tanto que la duración de la misión está limitada por la naturaleza de la misma, y en caso de tiempos de recarga muy elevados tan solo podría resultar útil para vuelos de larga duración.

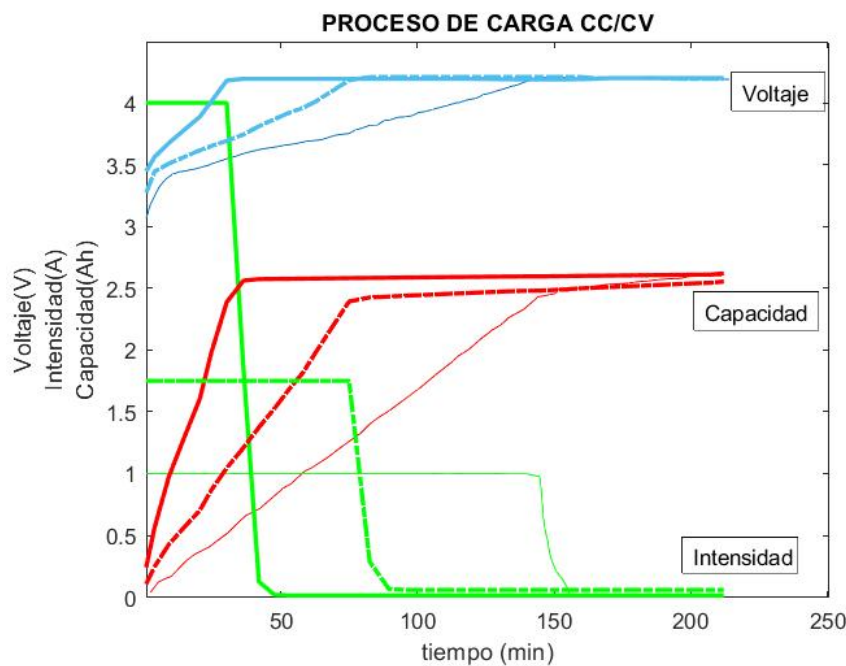
Con miras a superar los problemas existentes en los métodos de carga tradicionales, recientemente se han propuesto una gran variedad de soluciones de optimización. En procesos de carga CC/CV, por ser ya de por sí un método bastante eficiente, los investigadores del sector centran sus esfuerzos en la mejora de parámetros de carga como pudieran ser la velocidad de carga, pérdidas de energía o la capacidad útil.

Uno de los campos en los que se está también investigando fuertemente es el cómo reducir el tiempo de carga. En el caso del método CC/CV para poder reducir el periodo de carga, dado que la capacidad es proporcional a la intensidad, intensidades mayores de carga permiten reducir la duración de esa primera fase donde se completa la mayor parte de la capacidad de la batería. No obstante, en un proceso de carga rápida se requiere de sistemas de monitorización y control que establezcan el instante de corte de la intensidad, regular la temperatura de las baterías o evitar sobrecargas o cargas prematuras que pudiesen dañarlas. Pese a que las intensidades de carga recomendada rondan los 1A – 2A, compañías como la conocida empresa automovilística TESLA han logrado doblar estas intensidades con la consiguiente reducción que ello conlleva en los tiempos de carga. No se debe olvidar el que en el caso de coches, estas recargas son realizadas en estaciones de carga con grandes capacidades de potencia. El aumento de las intensidades de carga implica una alta demanda de potencia por parte del apilamiento de baterías, sobre todo, cuanto mayor es el número de asociaciones en paralelo, ya que para conseguir dicha reducción temporal se requiere una mayor intensidad por línea. Los procesos de carga rápida tienen repercusiones sobre la vida útil de las baterías que en el marco de este Proyecto no serán tenidas en cuenta pues se considerará que el número de ciclos de vida de las mismas será impasible ante modificaciones de la intensidad de recarga.

En el modelado de la carga, que a posteriori será implementado en las funciones de los segmentos de misión en MATLAB, se ha usado como referencia una curva de carga encontrada para un modelo de batería con características muy similares. La etapa de corriente constante es fácilmente implementable por ser la intensidad la derivada temporal de la capacidad, de modo que tan solo es necesario aplicar una integral para conocer como cambia la capacidad con el tiempo. En lo que

respecta a la ley que relaciona voltaje con capacidad, el modo a proceder es algo más complejo. En la mayoría de los casos implicaría el tener que ensayar el modelo de batería concreto pero por no disponer de esta capacidad se ha optado por hacer uso de la ley de carga encontrada y extender sus resultados al modelo aquí expuesto mediante una ley de interpolación. El instante de corte tiene lugar antes de ser alcanzado el máximo de carga disponible, siendo el valor de la capacidad y la intensidad para el cual se produce el corte determinados en base a la intensidad a la que se inicie el proceso de carga, ya que para los casos de carga rápida puede producirse una sobrecarga durante la caída de corriente si el corte se realiza muy cerca del máximo de capacidad. Es justamente esta tarea de asignar un punto de corte y unas intensidades de corte de la que se encargaría el "*Battery Management System*" citado. Por lo general, la carga rápida permite reducir ampliamente el tiempo en el que se llega a dicha capacidad de corte, pero ello no quita que el proceso a voltaje constante siga siendo lento por ser las intensidades suministradas bajas.

En el siguiente diagrama se tratan de ilustrar 3 metodologías de carga como son el proceso de referencia en que se ha basado el modelo (línea continua de menor grosor), aquel con la intensidad recomendada en el data-sheet del fabricante (línea discontinua) y una carga rápida a mayor tensión (línea continua de mayor grosor), que finalmente será implementada en el paquete de funciones.



**Figura 2.11** Modelado proceso de carga CC/CV.

Como se puede apreciar, el tiempo empleado en alcanzar el corte de corriente, el cual se encuentra en torno al (80 – 90) % de la capacidad nominal de las baterías, se consigue acortar considerablemente con el incremento de la intensidad de carga de la primera fase del proceso. Plasmado en forma de números, se reduce de alrededor de 80 min a unos 40 min el tiempo en el que tiene lugar la caída de intensidad aportando una corriente de 4A, en lugar de los 1.75A recomendados por el fabricante. Ello permitiría adecuar este tipo de recarga a misiones de una menor duración como se encontrarán para aviones del tipo del B200.

Finalmente, pese a que en la gráfica anteriormente incluida se presenta el proceso de recarga hasta el instante en que se llena por completo la capacidad de las baterías, las funciones con ecuaciones diferenciales que en cada uno de los segmentos ha lugar, da pie a la realización de recargas en las que no se concluya este proceso. La intensidad de recarga será en última instancia determinada por un optimizador numérico que en cada tramo de la envolvente de vuelo fijará la potencia con que descargar o recargar baterías y, en base a ello, decreta la capacidad a la que se retorna transcurrido un tiempo. En definitiva, estas fases de recarga pueden ser entendidas como reabastecimientos parciales del *SOC* del paquete eléctrico con los que permitir seguir tirando de baterías en ulteriores actuaciones.



### 3 Modelo de motor térmico

---

La propulsión puede definirse como el procedimiento por el cual se logra el desplazamiento de un vehículo mediante la expulsión de una corriente de gases en dirección contraria a la de avance. En aeronaves, esta propulsión ha de permitir bien el acelerarse o generar la suficiente fuerza como para oponerse a la resistencia aerodinámica. A lo largo de la historia de la aviación se han ido registrando continuas mejoras en las tecnologías empleadas desde el primer vuelo de los hermanos Wright en 1903. Esto mismo aplica en el caso de la propulsión. Los inicios de los motores en aviación se remontan a motores de combustión interna, que gracias a un ciclo Otto, generaban por medio de una hélice la potencia requerida para el movimiento de la aeronave. Esta tipología de motor sería paulatinamente desbancada por los motores a reacción que basaban su razón de ser en los principios de acción y reacción y de Bernoulli, con los que se alcanzarían velocidades muy superiores aún con bajos rendimientos tecnológicos y altos consumos. La tendencia actual, al menos en lo que al sector civil y comercial respecta, pasa por la implementación de turbofanos o turbohélices como plantas propulsoras en las aeronaves dados los aumentos que suponen en cuanto a rendimiento aerodinámico y eficiencia en consumo de combustible.

Además, las citadas evoluciones tecnológicas en el sector del motor de aviación han repercutido en la obtención de motores cada vez más compactos y, por tanto, de menos peso con los que optimizar las misiones en el mundo civil y militar. La continua transferencia de datos de los distintos sistemas y equipos del avión a una red común permite tener conocimiento en todo momento de una infinidad de parámetros, entre ellos del motor como el gasto másico de fuel, temperatura de combustión o sangrado, que pueden contribuir a largo plazo al mantenimiento del mismo y la implementación de acciones preventivas.

El objeto de esta sección es dotar al lector de un pleno conocimiento del funcionamiento de la planta motora en base a parámetros tecnológicos escogidos, las condiciones del fluido propulsante o el punto de diseño entre otros.

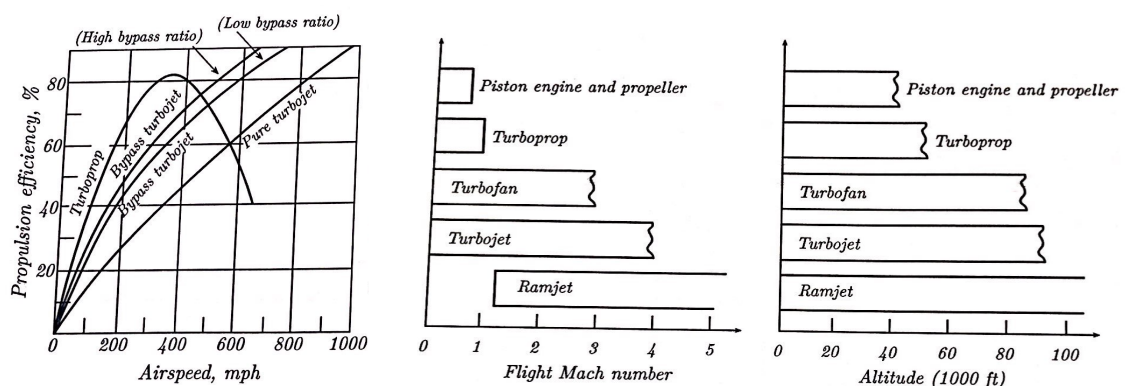
Si se procede a determinar el tipo de planta propulsora a incluir en las aeronaves que serán objeto de estudio los siguientes aspectos pueden ser de suma importancia. El turborreactor a velocidades subsónicas es poco eficiente, dado que la velocidad de salida de los gases es mucho mayor que la velocidad de vuelo ( $V_s \gg V_0$ ) y, por ende, el rendimiento propulsivo del sistema, definido como  $\eta_p = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia mecánica neta}}$ , resulta ser bajo. La solución de cara a tener un sistema con mayor  $\eta_p$  consiste en extraer energía del chorro de salida y emplearlo en mover una hélice, dando lugar al sistema conocido como turbohélice. De este modo, se logra un doble efecto pues por una parte, la energía extraída del chorro se usa en un sistema de propulsión, la hélice, que es tremendamente

eficiente a velocidades subsónicas bajas y medias; por otra parte, al extraer energía del chorro, se disminuye la velocidad de escape de los gases y se acrecenta el rendimiento propulsivo del propio chorro.

La otra alternativa que se plantea se corresponde con el turbofán. El turborrecator es un sistema que ostenta su máxima eficiencia en el régimen subsónico bajo  $M = 1.5 - 2$ , mientras que el turbohélice lo hace como consecuencia de los efectos de compresibilidad en las palas para  $M < 0.7$ . La idea de funcionamiento del turbofán conlleva el extraer parte de la energía del chorro fluido de salida para mover en este caso un fan, que no es más que un compresor de baja relación de compresión situado tras el difusor de entrada y que acelera un segundo chorro.

En este punto, asimilando los aspectos mencionados en cuanto a turbohélice y turbofán se ha optado en el marco de este Proyecto por la implementación de un modelo de plataforma híbrida en aeronaves que comparten como propiedad el disponer de motores de tipo turbohélice. Como justificación a tal elección, los turbohélices destacan por su eficiencia propulsiva y su economía de funcionamiento en el rango de velocidades con  $M < 0.7$ , con un consumo en torno a un 30 % inferior al de un turbofán, e incluso en las nuevas generaciones se ha mejorado mucho el ruido procedente de las hélices. En un proyecto en el que uno de los últimos fines es reducir el consumo de combustible en las aeronaves y, con ello, las emisiones de gases contaminantes a la atmósfera, este hecho parece decantar la balanza hacia los turbohélices a pesar de aspectos como el que la cota de vuelo se vea limitada (pues con una  $\rho$  demasiado baja puede llegarse al punto en que las palas no generen el suficiente empuje) y la velocidad de vuelo sea menor. No obstante, se están desarrollando motores de este tipo en el sentido de aumentar la velocidad de vuelo. Si bien, hay que señalar que, en según qué distancias, la diferencia de velocidad no supone una gran ventaja. Si tenemos en cuenta los tiempos totales en vuelos de carácter más bien regional (incluyendo el embarque, rodaje, esperas...) tenemos rutas que apenas difieren diez o veinte minutos entre un tipo de planta propulsora u otra. Bajo ningún concepto, el que se haya optado por la implementación de baterías en aeronaves con turbohélices significa que carezca de interés el hacer esto mismo para otro tipo de plantas propulsoras y, en cierta medida, más allá de variar algunos rasgos de funcionamiento, muchas conclusiones extraídas a lo largo de este proyecto podrían hacerse extensibles.

Como aporte adicional a los comentarios del párrafo anterior, se incluyen unos diagramas en los que se aprecian los rendimientos propulsivos de turbohélice y turbofán en función de la velocidad de vuelo, así como el rango de operación de uno y otro motor con respecto a velocidad y altitud.

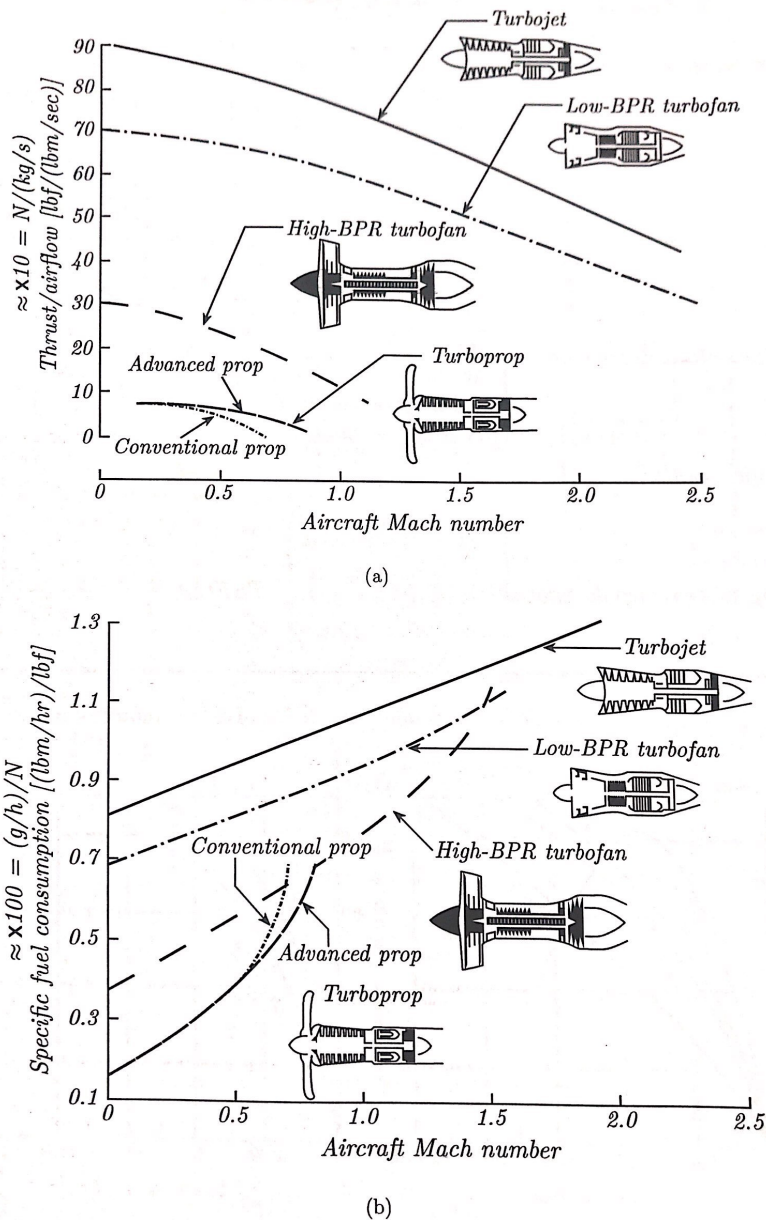


**Figura 3.1** Comparativa de rendimiento propulsivo, rango de altitudes y velocidades entre turbohélice y turbofán.

Otros diagramas de gran provecho de cara a establecer comparativas entre las distintas tipologías de motores que se plantean como posibilidad son aquellas que muestran los parámetros de empuje específico y consumo específico frente al número de Mach de vuelo. Estos parámetros pueden definirse como:

$$E_e = \frac{E}{\dot{m}_a} \quad TSFC = \frac{\dot{m}_f}{E} = \frac{U}{\eta_{mp} H_p} \quad (3.1)$$

donde  $H_p$  es el poder calorífico del combustible empleado y  $\eta_{mp}$  el rendimiento motopropulsor, obtenido como producto de los rendimientos motor y propulsor.



**Figura 3.2** Empuje específico (a) y consumo específico (b) de distintas plantas motoras frente al número de Mach.

En lo que sigue, se analizará con todo lujo de detalles el comportamiento del motor, incluyendo las variaciones de todas las propiedades termodinámicas del fluido en cuestión, y se indicará el

cómo todo ello se ha traducido en forma de algoritmos implementados en MATLAB. Se ha escogido esta herramienta informática por ser considerada una de las más extendidas dentro del propio sector aeronáutico, así como la más usada con diferencia en la formación académica dentro del Grado. Los desarrollos y conocimientos subyacentes en las explicaciones venideras sobre el funcionamiento de los distintos componentes del motor requieren de una cierta base en disciplinas científicas como pudieran ser:

- Mecánica de fluidos
- Termodinámica
- Computación numérica a través de algoritmos avanzados

En esta sección del documento se incluyen dos grandes bloques de cara a la caracterización completa del funcionamiento de la planta motora a lo largo del perfil de misión. En el primer bloque, los esfuerzos se centran en la determinación de parámetros con los que definir la actuación del motor como pueden ser el consumo específico y empuje específico. De hecho, a partir de un análisis paramétrico para cada una de las aeronaves con sus respectivas especificaciones tecnológicas, Mach y cota de vuelo nominales, se obtendrá el punto de diseño. Para confirmar el que el punto de diseño es estable fuera de diseño, se podría efectuar un análisis de sensibilidad en base a diversos parámetros de la aeronave tales como la temperatura en la cámara de combustión, altitud o Mach de vuelo.

El segundo de los bloques incluirá el desempeño del motor fuera de punto de diseño que requerirá del dimensionamiento de las turbomáquinas que juegan un papel fundamental en el funcionamiento del motor. Se iniciará con la elección del punto de diseño para las turbomáquinas (compresor y turbina) a partir del cual escalar los mapas y con ello introducir las ecuaciones extensivas que dependerán del gasto másico del punto de operación en cada instante. Efectuado tal proceso, se pasará a introducir el modelo de motor fuera de diseño en el desarrollo de la misión, en definitiva, sustituir el modelo de motor en el punto de diseño presente en las ecuaciones diferenciales de los distintos segmentos de vuelo por este otro modelo mucho más realista que tiene presente como la actuación del motor se ve modificada al introducir cambios en las condiciones de funcionamiento, y que permitirá comprobar si el escalado de las turbomáquinas es adecuado o si por contra los puntos de operación en los pertinentes mapas sobrepasan ciertas limitaciones como pueden ser las temperaturas máximas admisibles. Del mismo modo que se requiere de un escalado en las turbomáquinas, un procedimiento un tanto similar se habrá de seguir para la hélice, intentando en cualquier caso el que sus dimensiones y revoluciones sean acordes a la aeronave bajo análisis.

### **3.1 Motor en punto de diseño**

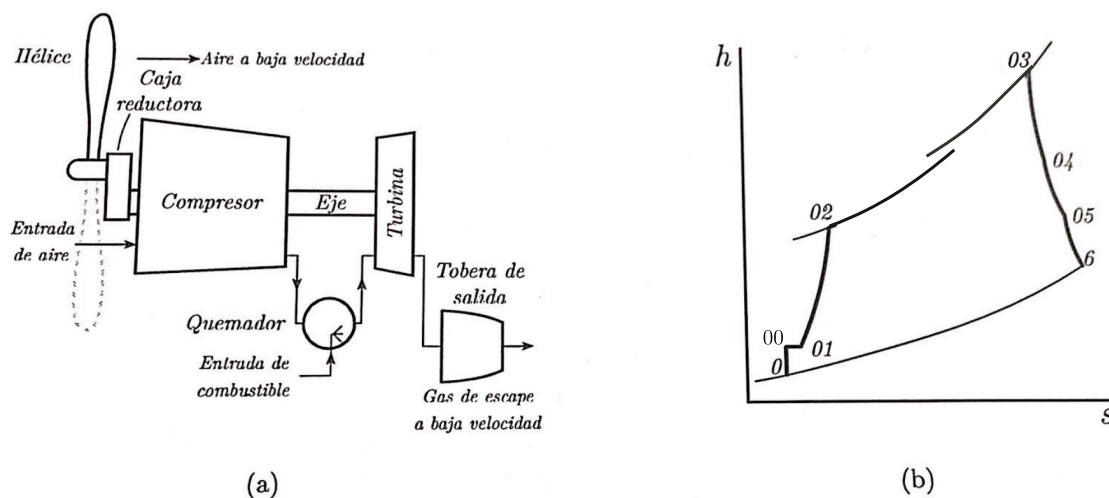
Los turbohélices pueden ser clasificados en función del número de ejes de que dispongan. En las explicaciones acerca del ciclo termodinámico seguido por el fluido que atraviesa el motor del avión, se tomará como ejemplo de cara a facilitar su comprensión un turbohélice bieje. Ello no implica el que los programas implementados en MATLAB no se hayan dotado de mayor versatilidad, pudiendo asumir la implementación de turbohélices de una mayor complejidad tecnológica y número de ejes. Dentro de los turbohélices bieje encontramos:

- De turbina libre: en él se tienen dos turbinas dispuestas de modo que la de alta presión mueve el único compresor, mientras que la turbina de baja se encarga de mover la hélice.
- De turbina ligada: en él se tienen dos turbinas dispuestas de modo que la de alta presión genera el movimiento del compresor de alta y la turbina de baja mueve tanto el compresor de baja como la hélice.

Los motores escogidos se encuadran dentro de aquellos de turbina libre. En cualquier caso, los elementos básicos de todo turbohélice, sumando la hélice, pueden quedar resumidos en:

- Difusor de entrada
- Compresor
- Cámara de combustión
- Turbina
- Tobera convergente

tal y como se comprueba en el esquema que a continuación se incluye. Se sitúa a la derecha un diagrama h-s genérico de un turbohélice el cual experimentará modificaciones en base a las irreversibilidades del ciclo y parámetros tecnológicos.



**Figura 3.3** Esquema (a) y diagrama h-s (b) de un turbohélice.

Los motores turbohélices se distinguen de un turbofán fundamentalmente en que no lleva carenado la hélice, suelen contar con una caja reductora para adecuar la velocidad de giro del eje de la turbina a la velocidad óptima de la hélice y evitar así que se alcancen velocidades supersónicas en las puntas de las palas, y la propulsión viene dada principalmente por el gasto que mueve la hélice y no por el empuje proporcionado por la tobera de salida ( $\approx 10\%$  del empuje total). La gran diferencia entre los regímenes de giro del eje de la turbina ( $\approx 43000rpm$ ) y la hélice ( $\approx 1800rpm$ ) hace necesarias varias etapas de engranajes para lograr tal relación de reducción. Ello va aparejado de un peso más que notorio y de una serie de sistemas de refrigeración y lubricación para impedir el fenómeno de gripado, que consumen potencia de la aeronave.

El análisis termodinámico del ciclo que ha lugar en el motor de la aeronave en cuestión parte de una serie de premisas o hipótesis de partida acordes al nivel de alcance del proyecto:

- Se desprecian los efectos dinámicos en el fluido, siendo por tanto el análisis efectuado en régimen estacionario ( $St \gg 1$ )
- Se considera el flujo como unidimensional, de modo que las variables de trabajo serán las medias en cada sección
- En el estudio de la cámara de combustión se contempla el dosado en su valor medio

- Los efectos de viscosidad y de conducción de calor quedan confinados en capas límites y estelas, siendo despreciable su influencia en el resto de regiones ( $Re \gg 1$  y  $Re \cdot Pr \gg 1$ )
- Los efectos de las fuerzas másicas son despreciables frente a los términos dominantes de inercia convectiva ( $Fr \gg 1$ )

En las ecuaciones que intervienen en la evolución de las variables termodinámicas del aire de entrada al motor se contempla la variación de las propiedades del fluido conforme se modifica la temperatura. Ello implica mayores complicaciones en cuanto al planteamiento de las ecuaciones en cada uno de los elementos del motor pero dota de una mayor consistencia y veracidad al modelo. De este modo, los gases que participan del proceso de combustión podrán ser considerados como ideales y se comportarán acordes a la ecuación

$$Pv = RT \quad (3.2)$$

donde  $v$  hace referencia al volumen específico del gas y  $R$  se corresponde con la archiconocida constante universal de los gases de valor  $8.314J/(molK)$ , que puede ser asumida constante pues el fluido no alcanza condiciones que requieran la consideración de presión reducida.

La introducción de la ecuación de los gases ideales da pie a la definición de otra serie de parámetros de interés como son las capacidades calorífica específicas de un gas a presión constante ( $c_p$ ) o volumen constante ( $c_v$ ), las cuales se considerarán en efecto función de la temperatura del gas. Estas variables responden a las siguientes igualdades

$$\begin{aligned} c_p - c_v &= R \\ dU &= c_v dT \\ dh &= c_p dT \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde  $U$  es la energía interna del gas y  $h$  su entalpía. Si el gas es además caloríficamente perfecto se puede definir también el coeficiente de dilatación adiabática como

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \longrightarrow \begin{cases} c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \\ c_v = \frac{1}{\gamma - 1} R \end{cases} \quad (3.4)$$

Como punto de partida, se considerará el fluido por el que se desplaza la aeronave aire seco con unos valores de presión, temperatura o densidad que directamente pueden deducirse a partir de la altitud en base a las expresiones en la sección 1.1 y que contará con una composición inalterable con independencia de la altitud. En la tabla siguiente se recogen los porcentajes en peso que cada uno de los componentes del aire representa y las masas molares de cada uno de ellos.

**Tabla 3.1** Composición considerada para el aire y masas molares de cada uno de sus componentes.

	$N_2$	$O_2$	$Ar$	$CO_2$
<b>Composición</b>	75.47 %	23.19 %	1.29 %	0.05 %
<b>Masa molar</b>	44.01 gr/mol	32 gr/mol	28.01 gr/mol	39.95 gr/mol

El calor específico del aire o del gas producto de la combustión será calculado para cada temperatura a partir de una serie de coeficientes definidos por NASA. Estos permiten a partir de un desarrollo en serie de la temperatura calcular el calor específico teniendo en consideración la composición del fluido, pues la contribución que cada uno de sus componentes tiene sobre el resultado final estará ponderada en función de su fracción molar. Se muestran a continuación los coeficientes mencionados para unas condiciones estándar de 298.15K y 100kPa.

Coefficients for species thermodynamic properties

Species	T range, K	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$a_{i4}$	$a_{i5}$	$a_{i6}$	$a_{i7}$
CO <sub>2</sub>	1000–5000	0.44608(+1)	0.30982(–2)	–0.12393(–5)	0.22741(–9)	–0.15526(–13)	–0.48961(+5)	–0.98636(0)
	300–1000	0.24008(+1)	0.87351(–2)	–0.66071(–5)	0.20022(–8)	0.63274(–15)	–0.48378(+5)	0.96951(+1)
H <sub>2</sub> O	1000–5000	0.27168(+1)	0.29451(–2)	–0.80224(–6)	0.10227(–9)	–0.48472(–14)	–0.29906(+5)	0.66306(+1)
	300–1000	0.40701(+1)	–0.11084(–2)	0.41521(–5)	–0.29637(–8)	0.80702(–12)	–0.30280(+5)	–0.32270(0)
CO	1000–5000	0.29841(+1)	0.14891(–2)	–0.57900(–6)	0.10365(–9)	–0.69354(–14)	–0.14245(+5)	0.63479(+1)
	300–1000	0.37101(+1)	–0.16191(–2)	0.36924(–5)	–0.20320(–8)	0.23953(–12)	–0.14356(+5)	0.29555(+1)
H <sub>2</sub>	1000–5000	0.31002(+1)	0.51119(–3)	0.52644(–7)	–0.34910(–10)	0.36945(–14)	–0.87738(+3)	–0.19629(+1)
	300–1000	0.30574(+1)	0.26765(–2)	–0.58099(–5)	0.55210(–8)	–0.18123(–11)	–0.98890(+3)	–0.22997(+1)
O <sub>2</sub>	1000–5000	0.36220(+1)	0.73618(–3)	–0.19652(–6)	0.36202(–10)	–0.28946(–14)	–0.12020(+4)	0.36151(+1)
	300–1000	0.36256(+1)	–0.18782(–2)	0.70555(–5)	–0.67635(–8)	0.21556(–11)	–0.10475(+4)	0.43053(+1)
N <sub>2</sub>	1000–5000	0.28963(+1)	0.15155(–2)	–0.57235(–6)	0.99807(–10)	–0.65224(–14)	–0.90586(+3)	0.61615(+1)
	300–1000	0.36748(+1)	–0.12082(–2)	0.23240(–5)	–0.63218(–9)	–0.22577(–12)	–0.10612(+4)	0.23580(+1)
OH	1000–5000	0.29106(+1)	0.95932(–3)	–0.19442(–6)	0.13757(–10)	0.14225(–15)	0.39354(+4)	0.54423(+1)
NO	1000–5000	0.31890(+1)	0.13382(–2)	–0.52899(–6)	0.95919(–10)	–0.64848(–14)	0.98283(+4)	0.67458(+1)
O	1000–5000	0.25421(+1)	–0.27551(–4)	–0.31028(–8)	0.45511(–11)	–0.43681(–15)	0.29231(+5)	0.49203(+1)
H	1000–5000	0.25(+1)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25472(+5)	–0.46012(0)

Source: NASA Equilibrium Code.<sup>9</sup>

Ar	300–5000	2.50003	–4.08999(–18)	1.01867(–20)	–1.0853(–23)	4.19052(–27)	–7.45384(2)	4.39173
----	----------	---------	---------------	--------------	--------------	--------------	-------------	---------

**Figura 3.4** Coeficientes para el desarrollo en serie en función de la temperatura del calor específico.

El procedimiento a seguir una vez identificados los coeficientes de cada componente y su presencia dentro del conjunto pasaría por

$$\begin{aligned}
 \frac{\tilde{c}_{p,i}}{R} &= a_{i1} + a_{i2}T + a_{i3}T^2 + a_{i4}T^3 + a_{i5}T^4 \\
 \frac{\tilde{h}_i}{RT} &= a_{i1} + \frac{a_{i2}}{2}T + \frac{a_{i3}}{3}T^2 + \frac{a_{i4}}{4}T^3 + \frac{a_{i5}}{5}T^4 + \frac{a_{i6}}{T} \\
 \frac{\tilde{s}_i}{R} &= a_{i1}\ln T + a_{i2}T + \frac{a_{i3}}{2}T^2 + \frac{a_{i4}}{3}T^3 + \frac{a_{i5}}{4}T^4 + a_{i7} \\
 c_{p,g}(T) &= \sum_i x_{gi} \tilde{c}_{p,i}(T)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Se intuye que el subíndice  $i$  hace referencia a cada uno de los componentes del gas, siendo  $x_{gi}$  la fracción molar correspondiente. De un modo análogo se obtendrían la entalpía y entropía a una temperatura concreta.

Para terminar de definir los fluidos de trabajo que intervienen en el desempeño del motor se ha de concretar el combustible del que se hará uso. Se ha escogido un hidrocarburo extendido en el mundo de la aviación cuya fórmula molecular es  $C_{12}H_{23}$  y que responde a la nomenclatura (5Z)-6-Ethyl-5-decen-5-ide. En cuanto a sus propiedades, se le atribuye un peso molecular de 167.312gr/mol y un poder calorífico de 43MJ/kg a una temperatura de referencia de 298.15K. Pese a la existencia de combustibles con un mayor  $H_p$  que este jet fuel como pudiera ser el  $H_2$  ( $H_{p,H_2} \sim 120MJ/kg$ ), no es de gran utilidad actualmente puesto que se requeriría de un muy alto grado de compresión para portar la cantidad suficiente de energía para un vuelo. Las aerolíneas

acceden a distintos hidrocarburos para sus aviones entre los que por lo general únicamente varía el octanaje.

Una vez llegados a este punto, se procederá a establecer los parámetros tecnológicos que caracterizan a los motores de cada uno de los aviones que en la sección 1.2.2 se indicaron que servirían de objeto de análisis en el Proyecto. A cada uno de ellos, fundamentalmente en base al periodo temporal al que se asocia su desarrollo y producción, se le ha asociado un grado de nivel tecnológico. En consecuencia, se esperan unas mejores prestaciones y rendimiento en el caso del A400M, un avión militar de última generación en el que AIRBUS ha tratado de incorporar la tecnología más puntera en los distintos sistemas aviónicos, frente al B200 que no deja de ser un avión utilitario con una capacidad de 7 pasajeros. La tabla mostrada recoge el valor de las variables que serán requeridas al definir por completo el funcionamiento del motor.

Elemento	Símbolo	Tipo	PTA (2 ejes) B200	PW100 (3 ejes) ATR	TP400 (3 ejes) A400M
Difusor	$\pi_{d\ max}$		0,95	0,96	0,98
Compresor baja	$e_{CLP}$		0,81	0,83	0,85
Compresor alta	$e_{CHP}$		—	0,81	0,82
Temp max. comp [K]			900		
Cámara combustión	$\pi_{cc}$ $\eta_{cc}$		0,91 0,95	0,93 0,97	0,94 0,98
Turbina alta	$e_{THP}$	Refrigerada	—	0,87	0,88
Turbina baja	$e_{TLP}$		0,88	0,90	0,91
Tobera	$\pi_{tb}$	D	0,97	0,97	0,97
T salida cc max [K]			1350	1450	1550
Transmisión de potencia	$\eta_{mec}$		0,95	0,96	0,97
Potencia mecánica extraída de T <sub>LP</sub> [%]	$W_{parista}$	% potencia Turbina LP	2,0	2,0	3,0
Gasto caliente para refrigeración turbina si T <sub>cc</sub> > 1000 K [%]	$\varepsilon$	$1.5 \cdot (T_{cc} [K] - 1000) / 120$			VARIABLE
Hélice	$\eta_{prop\ H}$ $\eta_{box}$			0,85 0,94	

2 ejes: generador de gas y turbina de potencia a reductora-hélice

3 ejes: generador de gas de alta y de baja y turbina de potencia a reductora-hélice

$e$ : rendimiento politrópico;

$\pi$ : pérdida presión de remanso evaluada como cociente;

$\eta$ : rendimiento proceso;

$\varepsilon$ : porcentaje de gasto de refrigeración sangrado del compresor de alta

**Figura 3.5** Parámetros tecnológicos de los componentes de cada turbohélice.

En el primer bloque de análisis en el punto de diseño, las turbomáquinas quedan caracterizadas por un rendimiento politrópico denotado por  $e$  que permite definir las ecuaciones de cada componente. Los restantes parámetros serán definidos conforme vayan saliendo a escena a lo largo del ciclo termodinámico.

El que las propiedades termodinámicas del fluido sean dependientes de la temperatura requiere de un modelo de fluido de trabajo como el que a continuación se recoge:

$$\begin{aligned}
 h(T) &= \int_{T_{ref}}^T c_{pg}(T) dT \\
 \phi(T) &= \int_{T_{ref}}^T \frac{c_{pg}(T)}{T} dT \\
 P_r &= \exp\left(\frac{\phi - \phi_{ref}}{R}\right)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$



Por otra parte, para un proceso isentrópico en una turbomáquina, la ecuación de Gibbs-Duhem establece la siguiente dependencia entre variables termodinámicas:

$$T dS = dh - V dP \xrightarrow{dS=0 \text{ (isentrópico)}} dh = V dP \xrightarrow{PV=RT} \frac{dh}{T} = R \frac{dP}{P} \quad (3.7)$$

Si finalmente en la última expresión alcanzada se toma el diferencial absoluto y se tiene en consideración el que  $dh = c_p(T)dT$  se obtiene:

$$\frac{c_p(T)}{T} dT = R \frac{dP}{P} \longrightarrow \phi_f - \phi_i = R \ln \left( \frac{P_f}{P_i} \right) \quad (3.8)$$

De manera previa a la explicación detallada de cada uno de los componentes que conforman el turbohélice, se procederá a analizar el ciclo termodinámico que en él tiene lugar de manera global con vistas a deducir el número de grados de libertad con que se cuenta. Este estudio preliminar se efectuará bajo una serie de simplificaciones que permitan obtener de manera sencilla expresiones analíticas para el empuje y consumo específicos como pueden ser el asumir ciclo ideal (equivalente a hacer todos los rendimientos unidad), propiedades del gas constante antes y después de las combustión, no existe flujo sangrado o que la tobera está adaptada. A pesar de que la introducción de irreversibilidades en el ciclo tiene consecuencias evidentes, el comportamiento de  $E_e$  y  $TSFC$  frente a las posibles variables de control seguirá la misma tendencia. Los desarrollos a realizar requieren tener en mente el diagrama  $h$ - $s$  para un turbohélice ideal con las hipótesis mencionadas.

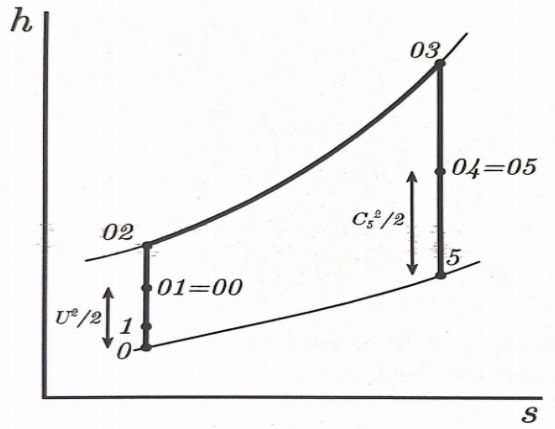


Figura 3.6 Diagrama  $h$ - $s$  de un turbohélice ideal.

El turbohélice, dado su rango de velocidades de vuelo, está salvo en casos excepcionales en condición de tobera adaptada. De esta forma, el empuje puede expresarse como:

$$E = E_H + E_{to} = \frac{\dot{W}_H}{V} + \dot{m}(C_5 - V) \quad (3.9)$$

donde  $\dot{m}$  es el gasto entrante en el motor y no todo el gasto movido por la hélice. Se deduce que empuje específico viene dado por:

$$E_e = \frac{W_H}{U} + (C_5 - U) \quad (3.10)$$

El consumo específico en un turbohélice es congruente con la expresión general

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{E} = \frac{f}{E_e} \quad (3.11)$$

En el estudio del ciclo termodinámico de un turbohélice se hace necesaria la definición de un nuevo parámetro con respecto a un turborreactor como es  $\alpha$ , directamente relacionado con la posición de la isobara 04 en el diagrama.

$$\alpha = \frac{h_{03} - h_{04}}{h_{03} - h_5} = 1 - \frac{h_{04} - h_5}{h_{03} - h_5} \quad (3.12)$$

Atendiendo a su definición, el parámetro  $\alpha$  está comprendido entre 0 y 1, de forma que si se tiene  $\alpha = 0$  (03 coincidente con 04) el turbohélice se comporta como un turborreactor y para  $\alpha = 1$  (05 coincidente con 04) la tobera del turbohélice no ejercería ninguna función. En otras palabras,  $\alpha$  cuantifica la energía que se destina a generar tracción con respecto a la energía total disponible tras la turbina.

En las expresiones que irán apareciendo se incluyen relaciones entre variables termodinámicas del ciclo que pueden denotarse como:

$$\begin{aligned} \delta_{exp} = \delta_c \delta_{TD} = \frac{T_{03}}{T_5} &= \left( \frac{p_{03}}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \longrightarrow \text{relación de expansión} \\ \delta_c = \frac{T_{02}}{T_{01}} &= \left( \frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \longrightarrow \text{relación de compresión} \\ \delta_{TD} = \frac{T_{01}}{T_0} &= \left( \frac{p_{01}}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \longrightarrow \text{relación de compresión en toma dinámica} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Para definir la velocidad de salida  $C_5$  en función de las variables que caracterizan un turbohélice, se parte de la expresión:

$$\begin{aligned} h_{04} &= h_5 + \frac{C_5^2}{2} \longrightarrow C_5 = \sqrt{2 \cdot (h_{04} - h_5)} \\ C_5 &= \sqrt{2c_p T_0 \theta \cdot (1 - \alpha) \left( 1 - \frac{1}{\delta_c \delta_{TD}} \right)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Por otro lado, el trabajo específico de la hélice será equivalente a la energía de la turbina no empleada en mover el compresor por ser el ciclo ideal

$$W_H = W_T - W_C = (h_{03} - h_{04}) - (h_{02} - h_{01}) = \alpha \cdot (h_{03} - h_5) - (h_{02} - h_{01}) \quad (3.15)$$

que expresada en función de los parámetros previos queda

$$W_H = c_p T_0 \left[ \theta \alpha \cdot \left( 1 - \frac{1}{\delta_c \delta_{TD}} \right) - \delta_{TD} \cdot (\delta_c - 1) \right] \quad (3.16)$$

Sustituyendo las expresiones 3.16 y 3.14 en la primera de las expresiones de 3.1 se llega a la expresión para el empuje específico buscada:

$$E_e = \frac{c_p T_0}{U} \cdot \left[ \alpha \theta \cdot \left( 1 - \frac{1}{\delta_c \delta_{TD}} \right) - \delta_{TD} \cdot (\delta_c - 1) \right] + \sqrt{2 c_p T_0 \theta \cdot (1 - \alpha) \left( 1 - \frac{1}{\delta_c \delta_{TD}} \right)} - U \quad (3.17)$$

En la determinación del consumo específico se requiere del dosado, que puede ser deducido a partir del balance de energía en la cámara de combustión.

$$f = \frac{c_p}{H_p} (h_{03} - h_{02}) = \frac{c_p}{H_p} T_0 \cdot (\theta - \delta_c \delta_{TD}) \longrightarrow TSFC = \frac{f}{E_e} \quad (3.18)$$

Un análisis preliminar de las expresiones obtenidas para empuje y consumo específicos en un turbohélice con ciclo ideal permite extraer las siguientes relaciones funcionales:

$$E_e = E_e(h, M_V, c_p, R, \alpha, \theta, \delta_c) \\ TSFC = TSFC(h, M_V, c_p, R, \underbrace{\alpha, \theta, \delta_c}_{3 \text{ vbles. independientes}}) \quad (3.19)$$

Las expresiones anteriores vienen a consolidar la existencia de 3 grados de libertad o parámetros de control con los que definir por completo el comportamiento de un motor turbohélice. Un aumento del grado de calentamiento  $\theta$  es beneficioso de cara a aumentar el empuje específico y con ello permitir una reducción de las dimensiones del motor. Sin tener en cuenta terceros factores, ello haría decantarse por un  $\theta$  todo lo grande que fuese posible. Si  $\alpha$  crece, quiere decir que  $P_{04}$  disminuye y el empuje específico asociado a la hélice crece en detrimento de la tobera. El empuje específico, sin embargo, presenta un máximo si se representa frente a la relación de compresión, siendo este un criterio oportuno de cara a determinar la operación deseada en el compresor, siempre dentro de unas limitaciones impuestas por la tecnología y medios disponibles en el proyecto.

Con respecto al  $TSFC$ , la dependencia funcional con  $\theta$  se ve relajada en comparación a turbofanos o turborreactores, llegándose incluso en ocasiones a la paradoja de que el consumo específico disminuye al elevar el valor de este parámetro para valores altos de  $\alpha$ . El aumento de la relación de compresión hasta un rango adecuado de valores conduce a la disminución del consumo de la aeronave.

#### Difusor de admisión / Toma dinámica (0→01)

##### Datos de entrada

- $P_0$
- $T_0$
- $\pi_{TD}$

La toma dinámica proporciona el gasto de aire requerido por el motor, teniendo lugar en ella un proceso pasivo en el que se modifican la temperatura, presión y velocidad del aire entrante (se ha de recalcar el que no es coincidente con el gasto que mueve la hélice). Otras de las funciones a cumplir por el difusor de admisión son el acondicionar la velocidad del aire hasta niveles compatibles con la aerodinámica del compresor ( $M \sim 0.4 \div 0.7$ ), minimizar las pérdidas de presión de remanso o

garantizar la estabilidad del flujo en un amplio rango de condiciones operativas. Pese a todo ello, el desempeño de este elemento no es ideal y como tal se caracteriza por una serie de pérdidas y una caída de la presión de remanso.

$$\pi_{TD} = \frac{P_{01}}{P_{00}} < 1 \quad (3.20)$$

Las condiciones de entrada al difusor vendrán impuestas por las condiciones de vuelo, pudiendo ser caracterizadas por la velocidad del sonido.

$$a^2 = \left( \frac{V}{M_V} \right)^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_s = \frac{c_p(T)}{c_p(T) - R} \cdot RT \quad (3.21)$$

Por definición en el difusor se conservan las entalpías de remanso,  $T_{00} = T_{01}$ , de modo que partiendo de ello se extrae que

$$h_{00} = h_0 + \frac{V^2}{2} \longrightarrow \int_{T_0}^{T_{01}} c_{p_a}(T) dT = \frac{1}{2} \left( M_0^2 R T_0 \frac{c_{p_a}(T_0)}{c_{p_a}(T_0) - R} \right) \quad (3.22)$$

### Compresor (01→02)

#### Datos de entrada

- $\pi_c$
- $e_{pc}$

El compresor es un elemento crítico en la operación del motor que tiene como misión aumentar la presión del fluido, y de modo correlativo la temperatura, para lograr las condiciones óptimas de entrada a la cámara de combustión. Este elemento del motor fuerza al fluido a ir contra natura, en la dirección de gradientes adversos de presión. En el compresor, cada etapa aumenta la temperatura del flujo, por lo que en cada etapa sucesiva se requiere de un mayor trabajo específico para comprimir (asociado al fenómeno de divergencia de las isóbaras en un diagrama h-s), viéndose perjudicada la eficiencia de la turbomáquina. Estas irreversibilidades en el compresor serán caracterizadas por un rendimiento politrópico,  $e_{pc} = \frac{dh_{0s}}{dh_0}$ , que destaca frente al rendimiento isentrópico pues no se ve afectado por el calentamiento acumulativo, permite expresar el rendimiento por escalonamiento y es independiente de la relación de compresión. Todo ello permite comparar distintos compresores y ser una medida de la calidad del diseño y tecnología empleada.

El aumento de presión de remanso del aire es conocido por serlo así la relación de compresión, dada por

$$\pi_c = \frac{P_{02}}{P_{01}} \quad (3.23)$$

Para producir el aumento de presión, el compresor consume una energía mecánica por unidad de masa conocida como trabajo específico,  $W_{e,c} = \frac{W_c}{\dot{m}}$ . La ecuación de la energía establece que el incremento de la entalpía de remanso del fluido es igual al trabajo específico del compresor, o lo que es lo mismo,

$$W_{e,c} = h_{02} - h_{01} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} c_{p_a}(T) dT \quad (3.24)$$

que será de utilidad a la hora de establecer el balance de potencias con la turbina correspondiente.

Por último, la ecuación que cierra la evolución termodinámica en el compresor y permite deducir las condiciones a la salida del mismo es

$$\int_{T_{01}}^{T_{02}} \frac{c_{pa}(T)}{T} dT = \frac{R_a}{e_{pc}} \ln \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right) \quad (3.25)$$

En este análisis, por simplicidad, se considera la existencia de un único compresor en el motor. Sin embargo, en turbohélices con triple eje, como ocurre para el ATR-72 y el A400M, se ha de distinguir entre un compresor de baja, que recibe la potencia para su movimiento de la turbina de baja, y un compresor de alta previo a la cámara de combustión y movido por el mismo eje que la turbina de alta. A grandes rasgos, el modo de caracterización de uno y otro compresor resulta idéntico.

### Cámara de combustión (02→03)

#### Datos de entrada

- $\eta_{cc}$
- $H_p$
- $T_{03}$
- $\pi_{cc}$

En la cámara de combustión tiene lugar una combustión adiabática del gasto de aire entrante con el consiguiente aumento de temperatura. Esta temperatura  $T_{03}$  es función del dosado, lográndose valores máximos cuando esta relación es cercana a la estequiométrica. Las temperaturas a la salida de la cámara de combustión suelen estar no obstante limitadas, tal y como aparece en la tabla 3.5, para que la turbina de alta tenga un comportamiento mecánico y vida útil adecuados. Con este enfoque, se realizan combustiones diluidas (en exceso de aire) que permiten alcanzar temperaturas menos elevadas que las que se registrarían para mezclas estequiométricas. Las temperaturas máximas permitidas en la cámara de combustión serán fundamentalmente función de los materiales empleados, de ahí el que se haga distinción entre aeronaves dada su diferenciación tecnológica.

La combustión es un proceso en el que se producen pérdidas de presión de remanso debido a factores tales como los cambios de dirección del flujo en el interior de la cámara y que el combustible es almacenado en el avión en estado líquido y precisa de ser pulverizado para ser quemado, con la consiguiente necesidad de disponer de pulverizadores en distintos puntos.

$$\pi_{cc} = \frac{P_{03}}{P_{02}} \quad (3.26)$$

Partiendo del Primer Principio de la Termodinámica, se cuantificará la energía generada en esta etapa del ciclo, siendo este proceso sin aporte de trabajo, estacionario y sin considerar las posibles pérdidas de calor a través de la cámara:

$$\partial \dot{Q} - \partial \dot{W} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} + \underbrace{\sum_i \dot{m}_i h_i + \sum_i \dot{m}_i \frac{c_i^2}{2}}_{\sum_i \dot{m}_i h_{0i}} \quad (3.27)$$

$$\dot{m}_f H_p \eta_{cc} = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) [h_g(T_{03}) - h_g(T_{ref})] - (\dot{m}_a - \dot{m}_s) [h_a(T_{02}) - h_a(T_{ref})]$$

Se añade el rendimiento  $\eta_{cc}$  en esta ecuación debido a que siempre hay una porción del combustible que no participa de la combustión.

Puesto que la temperatura de salida de la cámara de combustión es conocida, la expresión anterior permite averiguar el dosado necesario

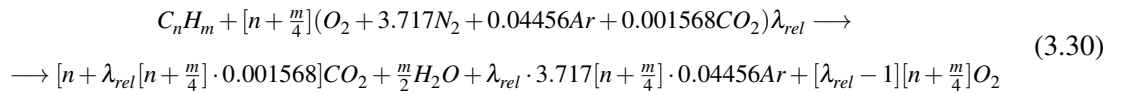
$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a - \dot{m}_s} = \frac{[h_g(T_{03}) - h_g(T_{ref})] - [h_a(T_{02}) - h_a(T_{ref})]}{H_p \eta_{cc} - [h_g(T_{03}) - h_g(T_{ref})]} \quad (3.28)$$

donde  $\dot{m}_s$  representa el flujo de aire sangrado en la etapa previa a la entrada a la cámara de combustión y que será empleado, entre otros propósitos, en la refrigeración de los álabes de la turbina de alta o en el sistema de presurización de la aeronave. En cualquier caso, se asumirá que este gasto sangrado no se mezcla con el flujo de la turbina. Como criterio de diseño se establece que en los modelos de motor para ATR-72 y A400M el sangrado se relacione con la expresión  $\varepsilon = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_a} = 1.5 \cdot \frac{T_{03}[K] - 1000}{120} [\%]$  siempre y cuando  $T_{03} > 1000K$ , no existiendo sangrado en el caso del modelo de motor del B200.

El dosado estequiométrico, haciendo uso del hidrocarburo  $C_{12}H_{23}$  como combustible, se deduce de

$$f|_{esteq} = \frac{1}{n + \frac{m}{4}} \frac{PM_{fuel}}{PM_{aire}} \approx 0.0683 \quad (3.29)$$

En condiciones normales, la combustión tiene lugar en exceso de aire, por lo que se considerará la siguiente ecuación estequiométrica para la combustión en el motor:



siendo  $\lambda = \frac{1}{f}$  y  $\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\lambda_{esteq}}$ .

Obsérvese cómo se ha asumido que ni el  $N_2$  ni, por supuesto, el  $Ar$  participan de la combustión por lo que aquello que entra como reactivo sale como producto. El objetivo de la determinación de los productos de la combustión es estar en disposición de calcular las fracciones molares de cada uno de los gases a la salida y, a partir de ello, el calor específico del gas resultante de la combustión. El procedimiento a seguir en este sentido puede esquematizarse como sigue:

$$\dot{m}_i = \frac{PM_i}{PM_{fuel}} \cdot \lambda_{rel} \longrightarrow x_{gi} = \frac{\dot{m}_i}{\sum_i \dot{m}_i} \longrightarrow c_{pg} = \sum_i x_{gi} c_{p_{gi}}(T) \quad (3.31)$$

#### Turbina (03→04)

##### Datos de entrada

- $\eta_{mec}$
- $e_{pt}$

La turbina es un elemento fundamental en el funcionamiento del motor pues proporciona la energía mecánica para mover el compresor. La presión se ve disminuida en su interior de modo que el

fluido le cede trabajo a la turbomáquina, pero manteniendo aún energía cinética que posteriormente se aprovechará para propulsar a la aeronave gracias a la diferencia en cantidad de movimiento.

Diferentes aspectos como los efectos viscosos, la turbulencia o los ángulos de incidencia motivan que la turbina extraiga al flujo menos energía que en el caso de funcionamiento ideal. Estas irreversibilidades se caracterizarán, al igual que se hizo con el compresor, por medio de un rendimiento politrópico,  $e_{pt}$ . A diferencia del compresor, el rendimiento de la turbomáquina completa supera al de la etapa de turbina, lo cual está físicamente asociado al hecho de que cuando el proceso no es isentrópico, el incremento de entalpía a la salida adicional es susceptible de ser aprovechado.

El balance global de potencias entre el compresor y la turbina deriva en

$$W_{e,c} = \eta_{mec} \cdot (1 + f) \cdot (1 - \varepsilon) \int_{T_{04}}^{T_{03}} c_{p_g}(T) dT \quad (3.32)$$

donde se ha introducido un rendimiento mecánico,  $\eta_{mec}$ , para tener en cuenta las pérdidas de potencia que tienen lugar en la transmisión (sobre todo por fricción en los rodamientos) y que ostenta normalmente valores cercanos a la unidad (0.95 – 0.97).

Además de la ecuación de compatibilidad de potencias, se necesita otra ecuación que proporcione el salto de presiones en esta turbomáquina, como es:

$$\int_{T_{04}}^{T_{03}} \frac{c_{p_g}(T)}{T} dT = R_g e_{pt} \ln \left( \frac{P_{03}}{P_{04}} \right) \quad (3.33)$$

En caso de que el turbohélice en cuestión sea de tipo trieje la única diferencia al encarar el problema radica en que se habría de establecer compatibilidades de potencias entre turbina y compresor de cada eje, es decir, de alta por un lado y de baja por otro.

#### Turbina de potencia & Tobera de salida (04→6)

Datos de entrada	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\eta_{paras}</math></li> <li>• <math>e_{pt_{pot}}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\pi_{tob}</math></li> </ul>

A diferencia de los componentes anteriores del motor, en los que se ha podido seguir una metodología secuencial, dado que a priori no es conocida la potencia que se habrá de entregar a la hélice, las ecuaciones que definen la evolución termodinámica en la turbina de potencia han de ser resueltas conjuntamente con las de la tobera de salida.

La turbina de potencia proporcionará la potencia requerida por la hélice así como por distintos sistemas usuarios, tanto internos del motor como externos, pero que en todo caso están establecidos de antemano, siendo el porcentaje de potencia que se extrae a esta turbina con tales fines conocido ( $\eta_{paras}$ ).

La tobera propulsiva es el último componente del motor a través del cual pasa el flujo de aire siendo su función convertir la energía del flujo en forma de alta presión y temperatura en energía

cinética. La mayoría de las toberas, y en particular las consideradas para los aviones bajo estudio, son convergentes pues, a pesar de que existen grandes saltos de presión en ellas, el rendimiento sigue siendo elevado por ser el gradiente de presión favorable. La tobera convergente se caracteriza por la conservación de la entalpía de remanso, que en un gas caloríficamente perfecto equivale a igualdad de temperaturas de remanso.

$$h_{06} = h_{05} = h_6 + \frac{C_6^2}{2} \quad \longrightarrow \quad M_6 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_{05} - h_6)}{\gamma_g R_g T_6}} \quad (3.34)$$

El procedimiento a seguir una vez llegados a este punto pasa por situarse en una de las dos posibles situaciones que se plantean, bien tobera adaptada o bloqueada. En este desarrollo se ha optado por suponer tobera adaptada ( $P_6 = P_0$ ), habiendo de comprobar que el supuesto inicial era el idóneo en cuyo caso se tendrá que  $M_6 < 1$ . Si por contra la condición anterior no es verificada la tobera se encontraría bloqueada y, en consecuencia,  $M_6 = 1$ .

- **Tobera adaptada:**  $P_6 = P_0$

La ecuación que caracteriza la evolución isentrópica entre las condiciones de entrada a la turbina de potencia y las de salida permiten definir la temperatura  $T_{6s}$ .

$$\int_{T_{6s}}^{T_{04}} \frac{c_{p_g}(T)}{T} dT = R_g \ln \left( \frac{P_{04}}{P_6} \right) \quad (3.35)$$

Se ha de recordar en este punto la definición del parámetro  $\alpha$  que permite cuantificar la fracción de energía empleada en mover la hélice con respecto a la energía disponible tras la turbina de alta. A partir de ello y la ya conocida temperatura  $T_{6s}$ , se deduce el valor de  $T_{05s}$ .

$$\alpha = \frac{h_{04} - h_{05s}}{h_{04} - h_{6s}} \quad (3.36)$$

En cuanto al salto de presiones en la tobera, puede caracterizarse por

$$\pi_{rob} = \frac{P_{06}}{P_{05}} \leq 1 \quad (3.37)$$

de modo que  $P_{06} = P_{05} \cdot \pi_{rob}$ .

Ello permite retroceder para calcular la temperatura de salida de la turbina de potencia a partir de

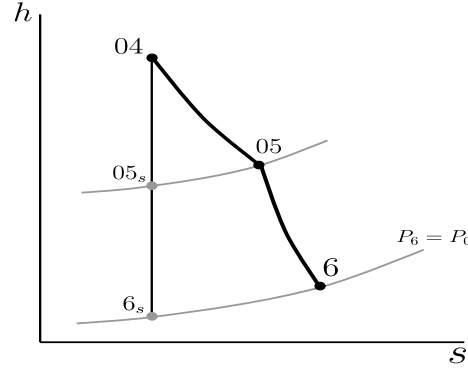
$$\int_{T_{04}}^{T_{05}} \frac{c_{p_g}(T)}{T} dT = R_g e_{p,t_{pot}} \ln \left( \frac{P_{05}}{P_{04}} \right) \quad (3.38)$$

Por último, la expresión para el salto de entalpía registrado en la tobera convergente queda

$$\int_{T_6}^{T_{05}} \frac{c_{p_g}(T)}{T} dT = R_g \ln \left( \frac{P_{06}}{P_0} \right) \quad (3.39)$$

La resolución del sistema de ecuaciones anterior proporciona todas las variables termodinámicas de interés en turbina de potencia y tobera, quedando únicamente por comprobar el que  $M_6 < 1$ .





**Figura 3.7** Diagrama h-s detallado para la resolución de la turbina de potencia y la tobera en condición adaptada.

- **Tobera bloqueada:**  $M_6 = 1$

Las principales diferencias con respecto al sistema de ecuaciones planteado en el otro caso consisten en sustituir la ecuación (3.35) por

$$M_6 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_{05} - h_{06})}{\gamma_g R_g T_6}} = 1 \quad (3.40)$$

y venir la expresión para la presión a la salida de la tobera dada por

$$P_6 = \frac{P_{06}}{\exp \left( \frac{\int_{T_6}^{T_{05}} \frac{c_{pg}(T)}{T} dT}{R_g} \right)} \quad (3.41)$$

### 3.1.1 Resolución numérica del ciclo

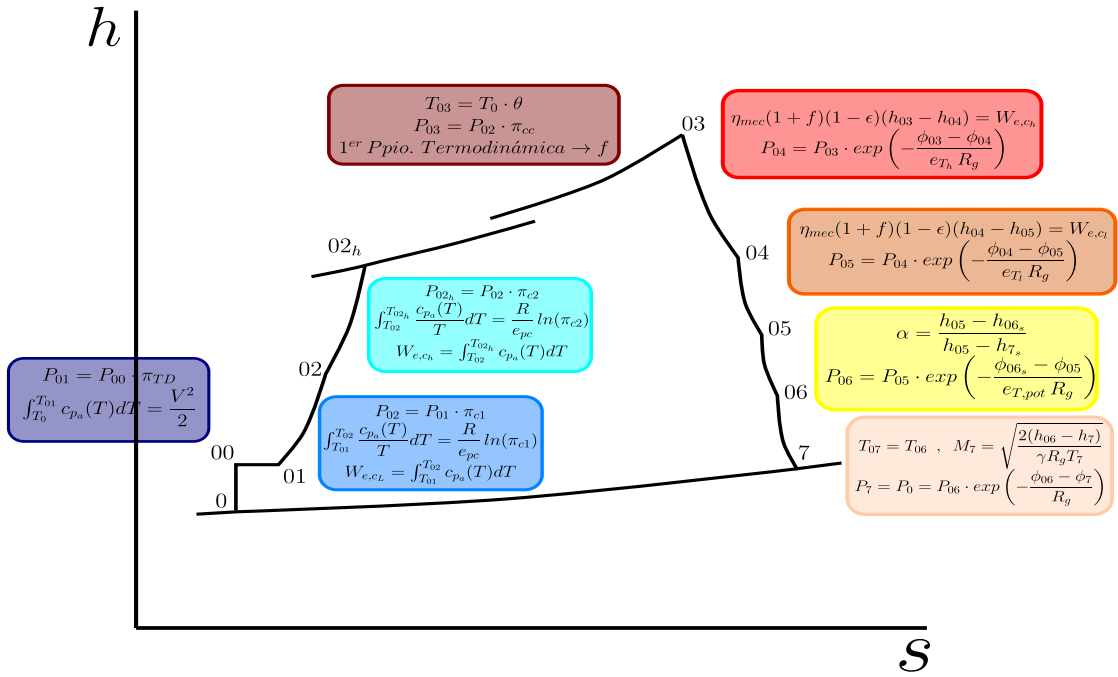
En este apartado se detallará el procedimiento seguido de cara a la implementación de la resolución del ciclo por medio de la herramienta matemática de MATLAB. Para ello, en primer lugar se hubo de construir una función denotada por *propiedades*( $T, x$ ) que conocidas la temperatura y constitución del gas en cada etapa del motor permitiera determinar las propiedades fluidas como son  $c_{p,g}$ ,  $h_g$  o  $\phi_g$ .

Una vez definida esta función, de utilidad en todo el desarrollo, se procede a resolver el ciclo termodinámico (se toma como ejemplo el caso de motores con 3 ejes como el ATR72 o A400M por gozar de mayor complejidad) para el cual resulta necesario estar en disposición de las temperaturas ( $T_{00}, T_{02}, T_{02h}, T_{04}, T_{05}, T_{06}, T_{06s}, T_7, T_{7s}$ ), los cocientes de presión  $\pi_{c1}$  y  $\pi_{c2}$  y el inverso del dosado en la cámara de combustión,  $\lambda$ .

MATLAB es una plataforma tremendamente versátil para el cálculo numérico ya que incorpora una gran cantidad de funciones predefinidas con las que obtener la precisión deseada. El problema expuesto de resolución del ciclo termodinámico es un claro ejemplo de sistema de ecuaciones no lineales que puede ser resuelto mediante la función *fsolve*. Esta función partiendo de un vector

de iterantes iniciales comienza a probar bajo una metodología interna hasta dar con el vector de soluciones del sistema. En este sentido, no solo de cara a reducir el tiempo de resolución (sumamente importante pues la función del ciclo habrá de ser resuelta en cada uno de los pasos del ODE de las funciones de los segmentos que conforman la misión, de modo que optimizaciones de la forma en que esta función se define repercute en importantes descensos del tiempo total necesario para resolver una misión) sino para asegurar la convergencia a la solución, se ha de asegurar que el iterante inicial se sitúe próximo a la presumible solución. Es por ello que se emplea la solución obtenida justo en el paso anterior de la ecuación diferencial del segmento de vuelo para entrar de nuevo a la función del ciclo en el siguiente paso.

El conjunto de ecuaciones que define el ciclo, dadas unas condiciones de vuelo  $T_0$ ,  $p_0$  y  $V$ , son las que en la siguiente página se incluyen en el diagrama h-s del ciclo termodinámico a completar por el motor.



**Figura 3.8** Ecuaciones para la resolución numérica del ciclo.

Una vez resuelto el ciclo en el punto de diseño, se podrán determinar las distintas magnitudes físicas que pueden resultar de interés acerca del desempeño del motor como:

$$\frac{P_H}{\dot{m}} = \eta_{box} \eta_{mec} (1 - \eta_{par}) (1 + f) (1 - \epsilon) (h_{05} - h_{06})$$

$$E_e = E_{e,H} + E_{e,tob} \rightarrow \begin{cases} E_{e,H} = \frac{\eta_{prop} P_H}{U \dot{m}} \\ E_{e,tob} = (1 + f) (1 - \epsilon) C_7 - U + (1 + f) (1 - \epsilon) \frac{R_g T_7}{P_7 C_7} (P_7 - P_0) \end{cases}$$

$$TSFC = \frac{f(1 - \epsilon)}{E_e}$$

Por norma general, esta resolución del ciclo resulta válida para todos aquellos aviones cuyo motor presente 3 ejes, casos del ATR72 y A400M, con la salvedad de la diferencia en cuanto a rendimientos politrópicos o valores de ciertos parámetros (véase 3.5). Para el B200 el conjunto de ecuaciones que define el ciclo se ve reducido por contar con 2 ejes y presentar únicamente un compresor y dos turbinas, una de alta y otra de potencia.

A la hora de resolver los distintos perfiles de misión considerados para cada una de las aeronaves, el empuje demandado será función de las ecuaciones de la Mecánica del Vuelo y como tal será dato de entrada en la resolución del ciclo, de modo que

$$\dot{m} = \frac{E}{E_e} \quad (3.42)$$

y el gasto de  $CO_2$  en cada instante de tiempo, valor de vital interés para posteriores análisis que tendrán lugar en el marco de este proyecto, será

$$\dot{m}_{CO_2} = \frac{PM_{CO_2}}{PM_{comb}} \dot{m}_f \left( n + \frac{\lambda}{\lambda_{esteq}} \left( n + \frac{m}{4} \right) \cdot 0.00158 \right) \quad (3.43)$$

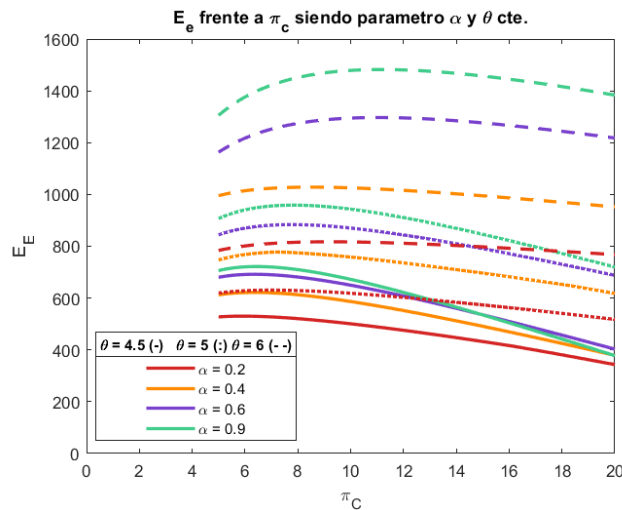
Otro parámetro de suma relevancia en el modelado del motor en cuestión es el área de salida de la tobera, que queda

$$A_s = (\dot{m} - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \cdot \frac{P_7 C_7}{R_g T_7} \quad (3.44)$$

### 3.1.2 Selección del punto de diseño

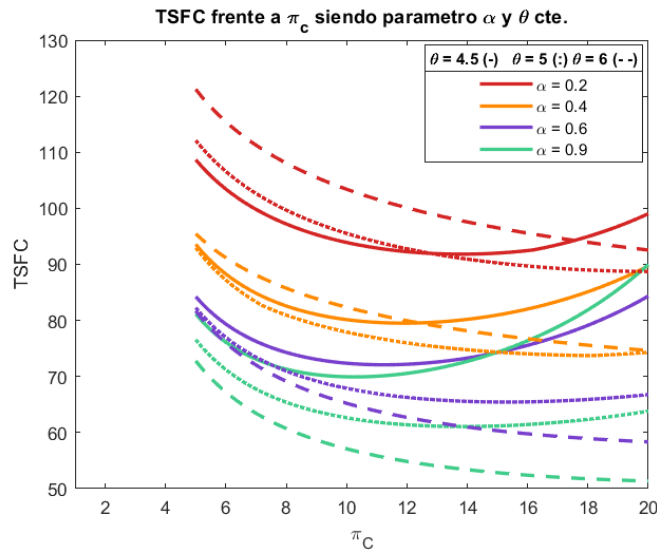
El estudio del funcionamiento de un motor en condiciones fuera de diseño no se sustenta sin la previa elección de un punto de diseño. En este aspecto, el modelo de resolución *Gas Path* es útil de cara a la elección del mismo y, en definitiva, poder fijar una terna de valores  $\theta$ ,  $\pi_c$  y  $\alpha$  con los que poder trabajar con posterioridad.

A continuación, se incluyen una serie de diagramas en el que los argumentos de salida serían el  $E_e$  o bien el  $TSFC$  de la aeronave manteniendo como argumentos de entrada los valores de las 3 variables independientes en un turbohélice.



**Figura 3.9** Comportamiento del Empuje específico con los parámetros del modelo.

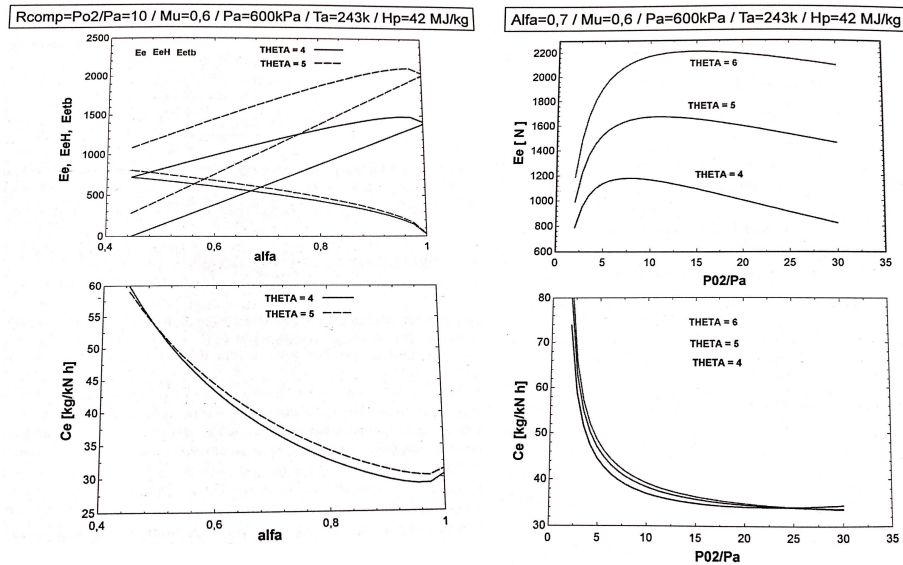
El hecho de aumentar el grado de calentamiento es beneficioso desde una perspectiva de un aumento en el  $E_e$ , con lo que las dimensiones del motor en cuestión serán tanto menores. Si  $\alpha$  crece quiere decir que  $P_{06}$  baja dando mayor importancia relativa a la tracción de la hélice respecto al empuje de la tobera. Ello se traduce en mayores valores de  $E_e$  para  $\pi_c$  bajos conforme mayor es  $\alpha$  pues el  $E_{eH}$  sube más de lo que baja el  $E_{e_{to}}b$ ; si bien, se producen cruces entre curvas para un mismo  $\theta$  y distintos  $\alpha$  para una relación de compresión inferior conforme menor es el grado de calentamiento como consecuencia de que a relaciones de compresión superiores el término asociado a la hélice deje de ser tan notorio. A fin de cuentas, todas las relaciones lógicas que podían ser deducidas a partir de las expresiones desarrolladas para un turbohélice ideal (3.19) quedan plasmadas con matices en estas figuras, validando en cierta forma el modelo de ciclo en el punto de diseño.



**Figura 3.10** Comportamiento del empuje específico con los parámetros del modelo.

Desde el punto de vista funcional es de esperar que se vea aliviado el consumo específico en su dependencia con  $\theta$ . Pese a que por norma general a mayor temperatura de salida de la cámara de combustión, mayor salto de energía disponible y mayor consumo específico; suele ser habitual que para valores grandes de  $\alpha$ , el aumento del grado de calentamiento repercuta en una caída del TSFC, al contrario de como sucede en turborreactores. Hata el momento no se ha hablado de la dependencia de  $E_e$  o  $TSFC$  con la relación de compresión. Ésta es tal que el empuje y consumo específicos presentan un máximo y un mínimo respectivamente para dicho parámetro. Dicho extremo relativo podría ser calculado si se resolviera el ciclo y se desarrollara las pertinentes expresiones. El efecto que el grado de calentamiento ejerce sobre dicho máximo y mínimo es un aumento del  $\pi_c$  para el que se alcanza conforme lo hace  $\theta$ .

La validación del modelo de ciclo en el punto de diseño puede ser reiterada si se incluye unos diagramas semejantes a los anteriores procedentes de bibliografía contrastada con los que asegurar una tendencia idéntica.



**Figura 3.11**  $E_e$  y  $TSFC$  en función de  $\pi_c$  y de  $\alpha$  para varios valores de  $\theta$  en las condiciones de vuelo establecidas.

Los diagramas anteriores han venido a poner en pie el hecho de que en turbohélices, si la pretensión es obtener motores compactos y eficientes en cuanto a consumo de fuel, interesan fundamentalmente valores elevados de  $\alpha$ . De hecho, es ésta la postura habitual en el mundo aeronáutico y de ahí el que en adelante se suponga para todos los motores, con independencia del avión en que se implementen, un valor de  $\alpha = 0.9$ .

En cuanto al grado de calentamiento, un  $\theta$  alto interesa de cara a lograr motores compactos y puesto que a  $\alpha = 0.9$  se aprecia como inclusive genera mejoras en el consumo específico del motor. En base a ello interesaría un grado de calentamiento lo más elevado posible. En este punto, aparece como principal actor distintivo el nivel tecnológico del motor y es que éste suele marcar una temperatura máxima a la salida de la cámara de combustión que por los materiales empleados y técnicas de refrigeración no se deben sobrepasar para proteger el motor. Dada la información recogida en la tabla 3.5 cabe esperar el que se dé un mayor grado de calentamiento a la aeronave con mejores avances como es el A400M,  $\theta = 6$ , un valor de  $\theta = 5.5$  para el ATR y  $\theta = 5$  al B200.

Por último, resta la elección de la relación de compresión de cada uno de los motores. El criterio para ello es el minimizar el consumo específico en la aeronave. No obstante, se han recopilado los valores aproximados del "overall pressure ratio" en cada aeronave de modo que aún primando el criterio anteriormente mencionado, asimismo se tendrá en cuenta la posesión de esta información.

**Tabla 3.2** Valores de relación de compresión global en las aeronaves consideradas.

Relación de compresión total ( $\pi_c$ )	
A400M	25.2
ATR-72	14-15
B200	8

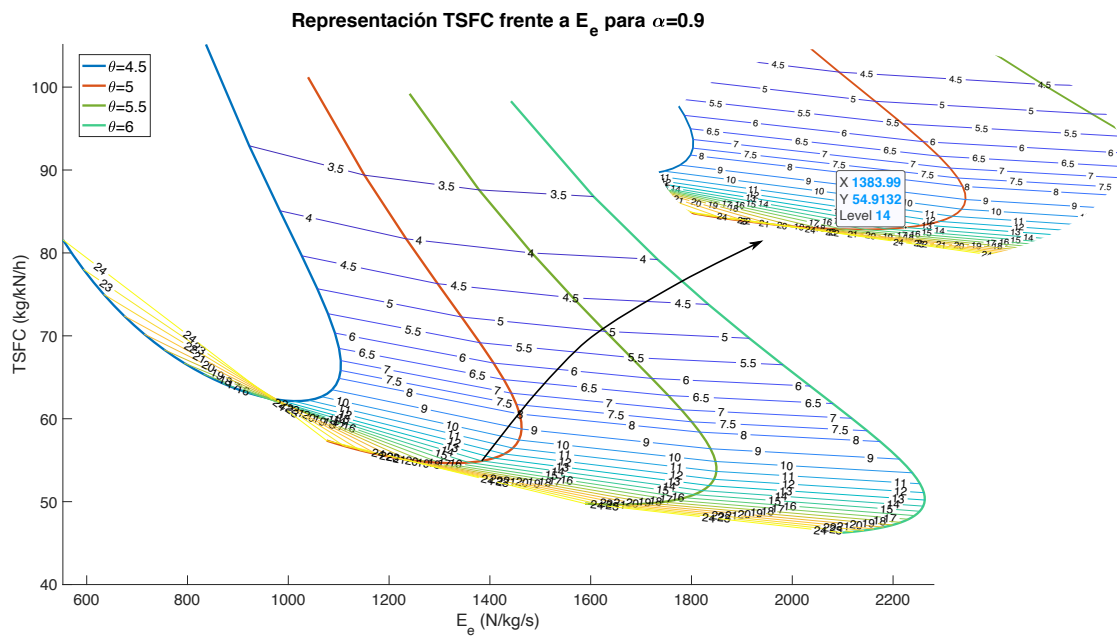
Con todo ello, se ha decidido imponer unas relaciones de compresión totales de  $\pi_c = 14$  en el B200, pues pese a ser algo superior a su valor real se alcanza en torno a él el mínimo del TSFC,  $\pi_c = 15$  en el caso del ATR-72 y, por último, un valor de  $\pi_c = 25$  en el A400M ya que, pese a que no se recoge en la gráfica previa, la curva de TSFC frente a  $\pi_c$  pasa a ser muy plana a partir de esa zona. El comentario que prosigue no aplica para el B200 por contar con un único compresor, pero para aviones con 2 o más queda un grado de libertad más al definir el ciclo que relacione de algún modo las relaciones de compresión en los compresores de alta y baja. Surge de ello un parámetro que se denotará por  $k_{ciclo}$  cuya definición es tal que

$$W_{e,h} = k_{ciclo} \cdot W_{e,l} \quad (3.45)$$

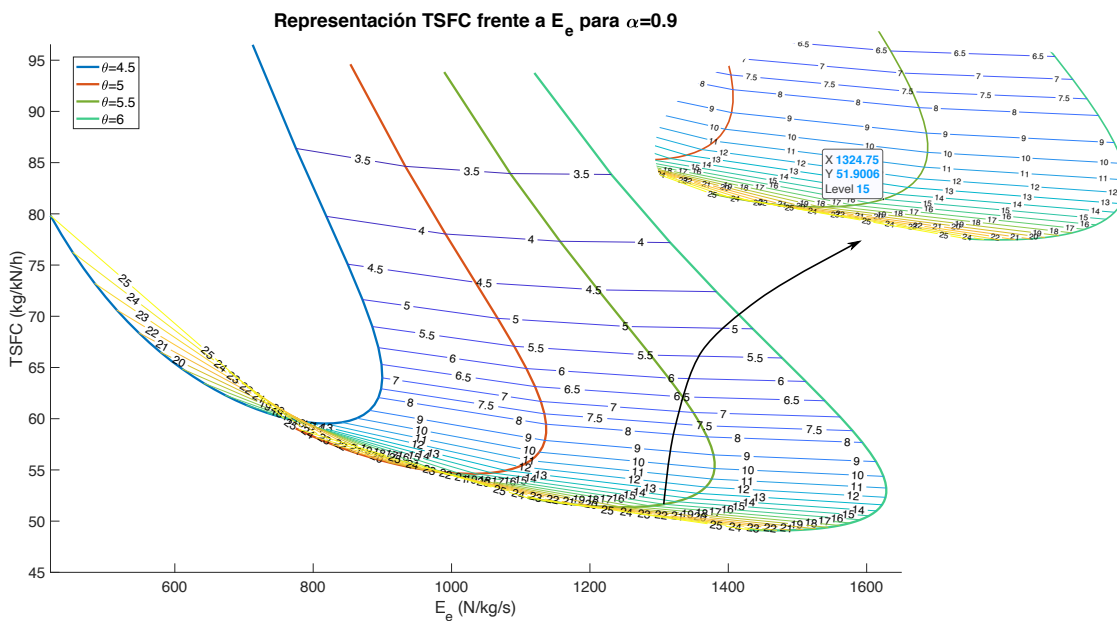
y cuyo valor se ha fijado a 1 por simplicidad y por no disponer como tal de información que propusiera cambiarlo por otro número.

Las gráficas que a continuación se aprecian vienen a ilustrar la relación visual entre el consumo específico y el empuje específico que se obtiene fijada la terna de parámetros que definen el desempeño del motor en el punto de diseño como son  $\theta$ ,  $\pi_c$  y  $\alpha$ . El valor de  $\alpha$  de acuerdo a las deducciones extraídas con los diagramas anteriores ha quedado fijado a un único valor de  $\alpha = 0.9$ . No obstante, el mapa queda caracterizado por una serie de curvas para  $\theta = cte$ , aproximadamente vertical, o  $\pi_c = cte$  en horizontal. La tendencia viene a constatar lo visualizado con anterioridad y es que cuanto mayor es el grado de calentamiento tanto más lo es el  $E_e$ , al menos a igualdad de  $\pi_c$ . Este comportamiento se verifica hasta alcanzar un máximo para un cierto  $\pi_c$  a partir del cual el seguir aumentando la relación de compresión no conlleva ni mucho menos mejoría en el motor sino que además se estará aumentando su peso y tamaño. Desde el punto vista de la relación con el TSFC la predisposición es similar en cuanto a que se alcanza un mínimo para un  $\pi_c$  concreto, siendo aquí sin embargo el mínimo algo más suave. Si de una manera visual se pretendieran hallar los valores concretos para los que se obtienen tales mínimo de TSFC y máximo de  $E_e$  no habría más que trazar sendas tangentes horizontal y vertical respectivamente a cada una de las curvas de  $\theta = cte$ . En el ámbito de este Proyecto, con un claro interés por reducir el consumo y a poder ser aumentar el empuje específico, la zona de preferencia es la situada próxima a la especie de nariz que forman las curvas, la zona inferior derecha.

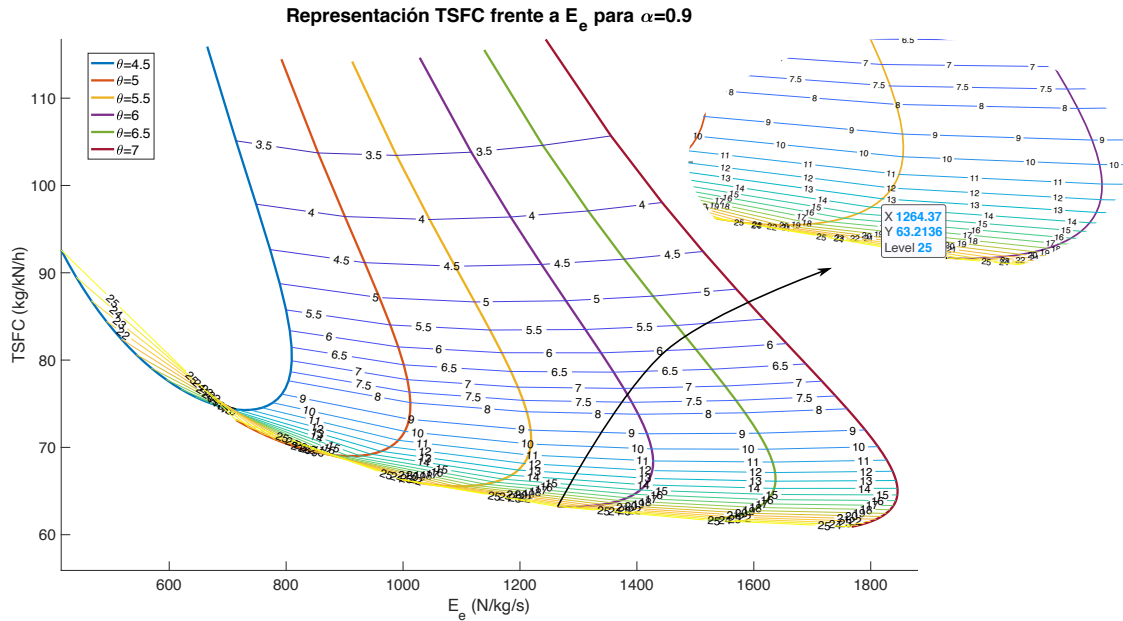
En los mapas de operación adjuntos se ha remarcado de paso el valor concreto de  $E_e$  y  $TSFC$  que en cada aeronave se tendrá una vez ha sido seleccionado su punto de diseño.



**Figura 3.12** Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el B200 en condiciones de crucero ( $h=9000$  ft y  $V=130$  m/s).



**Figura 3.13** Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el ATR en condiciones de crucero ( $h=18000$  ft y  $V=146$  m/s).



**Figura 3.14** Diagrama de consumo específico frente a empuje específico para el A400M en condiciones de crucero ( $h=30000$  ft y  $V=200$  m/s).

Los mapas de operación podrían haber sido representados con empuje en lugar de  $E_e$ . Si ello se hiciera se obtendría que el empuje disminuye como consecuencia de aumentar la altitud por así hacerlo la densidad. Con respecto a la velocidad de vuelo, el consumo específico aumenta en general dado que para que la reacción química en la cámara de combustión tenga un buen comportamiento, al aumentar el gasto con la velocidad se precisa aumentar el dosado de fuel para que la turbina pueda proporcionar el trabajo precisado por el compresor. Por último, el  $TSFC$  disminuye ligeramente al aumentar la altitud pues a pesar de que el empuje disminuye, el consumo de combustible lo hace más aún por contar con una mayor sensibilidad con la cota de vuelo. De ahí el que los aviones comerciales tiendan a volar a cotas de vuelo elevadas para minimizar sus costes operacionales, siempre manteniéndose por debajo del techo de vuelo de la aeronave.

## 3.2 Motor fuera de diseño

Hasta este punto se ha estado trabajando a nivel de aeronave en su punto de diseño, estudio que ha permitido la elección de un punto de diseño adecuado a las pretensiones de mínimo consumo de combustible y que en adelante permitirá continuar con el análisis de fuera de diseño (en inglés "*offdesign*").

Este apartado se adentrará en los entresijos de los motores turbohélices considerados con el objetivo principal de permitir el diseño tanto de los compresores como de las turbinas incluidas en ellos. Una vez obtenido el paquete completo de funciones que conformaría el modelo de motor fuera de diseño, se estará en disposición de analizar como los puntos de operación de las turbomáquinas y la hélice se desplazan conforme se desarrolla el perfil de vuelo, detectando si se producen incompatibilidades con un correcto funcionamiento, así como las consecuencias que la elección del punto de diseño acarrea en los diagramas de E-TSFC.



Se trata éste de un bloque de arduo estudio en el ámbito de un proyecto universitario y es que, por norma general, los fabricantes de turbomáquinas, como pudieran ser *Rolls-Royce* o *Pratt & Whitney*, son compañías bastante reticentes a la difusión de información sobre el desempeño de sus artículos. Ello obliga a tener que considerar una serie de mapas generalizados, basados en la realización de ensayos a turbohélices genéricos, a partir de los cuales poder escalar los mapas de las turbomáquinas para este Proyecto. Se asumirá en cualquier caso la existencia en el mercado de un cierto fabricante que pudiera garantizar el desarrollo de turbomáquinas como las deseadas, pese a las complicaciones a las que se enfrentaría uno en el mundo real.

En este bloque, la naturaleza de las ecuaciones difiere de las incluidas en el modelo de motor en punto de diseño pues pasan a ser extensivas y, por tanto, dependientes del gasto másico en cada momento. Las ecuaciones del ciclo en las que intervenía el rendimiento politrópico de algún modo serán eliminadas y se habrá de establecer compatibilidades entre el gasto de salida de un elemento y entrada en el siguiente, cumpliendo con la continuidad de la materia.

A lo largo de la sección se explicará de manera conceptual el funcionamiento de las turbomáquinas, especificando los aspectos a tener en cuenta en su escalado a la hora de generar unos mapas que se ajusten a la realidad. En todo este proceso de escalado será necesario tomar una serie de magnitudes de referencia, que son las que siguen:

#### Magnitudes de referencia en escalado

- $\gamma_{ref} = 1.4$
- $R_{ref} = 287 \text{ J/(kg K)}$
- $p_{ref} = 1 \text{ bar}$
- $T_{ref} = 298.15 \text{ K}$
- $N_{ref}$  = dependiente de cada avión y eje

### 3.2.1 Compresor fuera de diseño

La principal función del compresor es la de aumentar la presión y, de manera subsecuente, la temperatura del fluido entrante al motor garantizando unas condiciones idóneas del mismo a la entrada a la cámara de combustión. Como bien es sabido, el compresor se compone de un apilamiento de etapas de rotor y estátor. En el rotor se acelera la corriente fluida a la vez que aumenta su presión para que en el estátor se transforme la energía cinética del fluido en energía de presión. El objetivo de esta sección no pasa ni mucho menos por analizar consideraciones geométricas internas de las turbomáquinas ni el estudio de los triángulos de velocidades característicos de las mismas, centrandó el foco en 3 magnitudes de sumo interés como la relación de compresión ( $\pi_c$ ), el gasto másico ( $\dot{m}$ ) y el rendimiento isentrópico ( $\eta_c$ ).

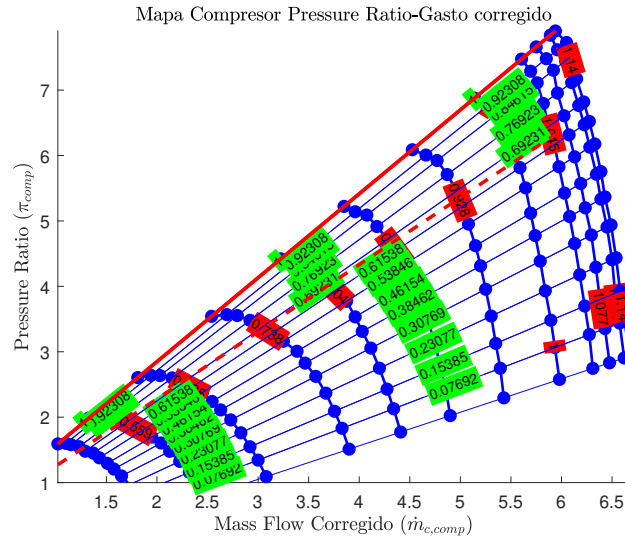
Pues bien, como preámbulo al escalado se parte de una serie de tablas *excel* proporcionadas por la literatura y adjuntadas en el anexo del documento Anexo B, que recogen una terna usual de valores de los mapas generalizados para estas tres magnitudes en función de dos variables como son  $N_c$ , el número de revoluciones corregidas, y  $\beta$ , un segundo parámetro adimensional que carece de sentido físico pero resulta útil a la hora de definir los mapas.

El número de revoluciones corregidas se define tal y como sigue:

$$N_{c,comp} = \frac{N_{comp}}{N_{ref,comp}} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma R_a}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.46)$$

Las  $N_{ref}$  toman un valor constante que se mantiene aún fuera del punto de diseño y han de ser calculadas a partir del valor de las revoluciones corregidas del punto de diseño de los mapas generalizados y estableciendo en  $N_{comp}$  un valor conforme al tipo de aeronave y eje.

La representación de estos puntos permiten hallar una serie de mapas generalizados característicos del compresor, como por ejemplo, la representación de la relación de compresión frente al gasto:



**Figura 3.15** Mapa de compresor generalizado representando la relación de compresión frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

Tal y como se observa en el eje de abscisas de la gráfica superior, no aparece el gasto sino el gasto corregido a partir de las magnitudes a la entrada del compresor, definido como:

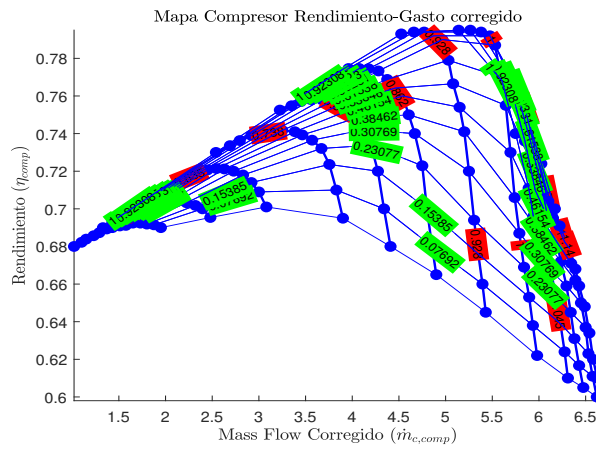
$$\dot{m}_{c,comp} = \dot{m} \cdot \frac{\sqrt{\frac{T_{01}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{01}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_a \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma}}, \quad (3.47)$$

donde  $R \neq R_{ref}$  por las fracciones másicas y la naturaleza de la mezcla que se ha definido como aire. Además se tiene que  $\gamma = \gamma(T_{01})$ . De nuevo la elección del punto de diseño presenta implicaciones en la definición de esta nueva magnitud pues el gasto  $\dot{m}$  ha de ser calculado a partir del empuje que se tome para el punto de diseño ( $E$ ) y el pertinente empuje específico ( $E_e$ ), de tal modo que  $\dot{m} = \frac{E}{E_e}$ .

Dadas unas revoluciones corregidas ( $N_c$ ), no es suficiente para proceder a la interpolación del mapa generalizado. Es este el motivo de la introducción del parámetro  $\beta$  que junto a  $N_c$  facilitarán situarse sobre un punto del mapa generalizado correspondiente a un par de valores de entre la terna de magnitudes  $\pi_{comp}$ ,  $\dot{m}_{c,comp}$  o  $\eta_{comp}$ .

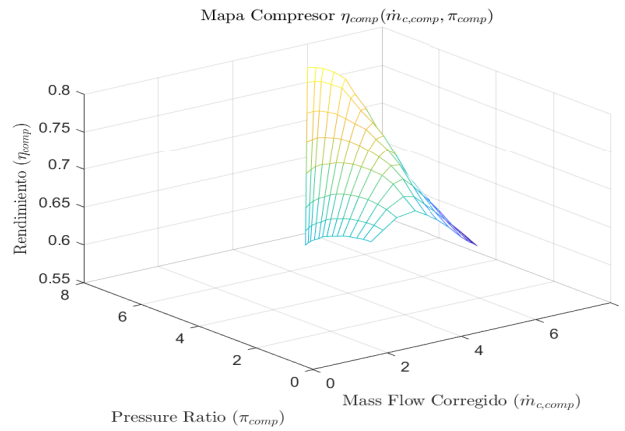
El otro mapa generalizado de interés viene dado por el rendimiento del compresor frente a este gasto corregido. En el caso del ciclo en punto de diseño, el rendimiento que se tenía como dato era el politrópico. Por contra, el rendimiento isentrópico no es constante ni indicativo de la tecnología del motor, ya que como se hizo notar está condicionado por la relación de compresión:

$$\eta_{comp} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \quad (3.48)$$

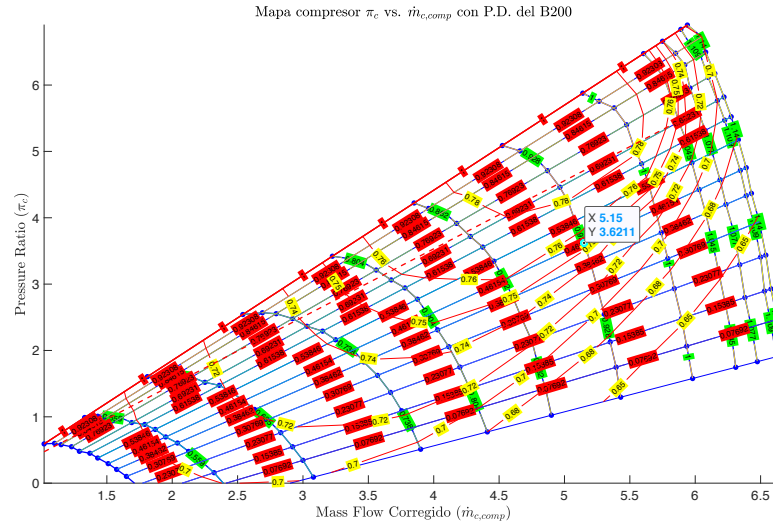


**Figura 3.16** Mapa de compresor generalizado representando el rendimiento isentrópico frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

Si a la gráfica anterior se añade un tercer eje correspondiente a la relación de compresión, el resultado es el siguiente:



**Figura 3.17** Representación del mapa 3D para el compresor: rendimiento para distintos valores de gasto corregido y relación de compresión.



**Figura 3.18** Mapa de compresor generalizado representando la relación de compresión frente al gasto corregido con líneas de isorendimiento (amarillo), para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

Los compresores deben ser diseñados bajo dos premisas fundamentales. La primera es que no se traspase la línea bombeo pues en tal caso no será capaz de asumir todo el gasto entrante al motor. La carcasa del compresor está dotada de las conocidas como *válvulas de blow off* o de *alivio* (anti-surge) como solución recurrente en compresores axiales con un número elevado de escalonamientos para solventar la problemática existente sobre todo a bajas revoluciones. En estas condiciones, el compresor no está capacitado para mover tal nivel de gasto y podría entrar en una situación inestable de *bombeo* o *surge* en la que no se asegura el ciclo diseñado y se genera un empuje mínimo. Este tipo de dispositivos no puede ser modelado con las herramientas de las que se dispone y de ahí la importancia que se ha de dar a una correcta elección del punto de diseño. La segunda de las premisas pasa por asegurar la concordancia con el comportamiento de la turbina de su mismo eje, garantizando el cumplimiento de los requisitos de consumo y empuje deseados en cada instante.

Una vez que se cuenta con la representación completa del mapa generalizado, es el momento de seleccionar un punto del mismo, evidentemente bajo la banda de bombeo, donde se colocará el punto de diseño. Como criterios para la situación de dicho punto, se optará por un enclave lo más arriba y a la derecha posible, de cara a maximizar tanto el gasto, como el rendimiento y la relación de compresión de esta turbomáquina. Definido el punto de diseño, cada uno de los puntos del mapa se relaciona con el mismo por medio de una serie de factores de escalado como los que a continuación se presentan.

- Factor de escalado del ratio de presiones:

$$FE_{PR} = \frac{\pi_c - 1}{PR_{gen,comp} - 1} \quad (3.49)$$

- Factor de escalado del gasto corregido:

$$FE_{\dot{m}_c} = \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_{c,gen,comp}} \quad (3.50)$$

- Factor de escalado de rendimiento

$$FE_{\eta} = \frac{\eta_{comp}}{\eta_{gen,comp}} \quad (3.51)$$

Hágase notar que los subíndices  $_{gen}$  que aparecen en las expresiones previas se corresponden con el punto a analizar sobre el mapa generalizado, apareciendo las magnitudes del punto de diseño sin subíndice.

Las líneas correspondientes al bombeo (establecida a un 20% de la línea limitante superior del mapa de compresor) y al margen de seguridad igualmente se deben escalar con los factores anteriores. En principio, para los casos con motores de 3 ejes, el escalado es totalmente idéntico para el compresor de alta, corrigiendo tanto velocidad de giro como gasto a partir de las temperaturas correspondientes. El mapa generalizado del cual se parte es el mismo que para el compresor de baja, por las prestaciones que van a ser necesarias.

### 3.2.2 Turbina fuera de diseño

El modus-operandi para el escalado de los mapas de la turbina será prácticamente idéntico al que se lleva a cabo para los compresores. En principio se cuenta con diferentes datos generalizados recopilados en tablas de dos compresores y dos turbinas. Como se aludió anteriormente, se hará uso únicamente de una de las tablas *excel* para compresor (por no ser adecuada la otra de la que se dispone para los ratios de compresión implicados), mientras que en la turbina sí que se hará distinción entre las etapa de alta y la de baja y/o de potencia. Las condiciones de referencia para el cálculo de las magnitudes corregidas son las mismas que se indicaron con anterioridad.

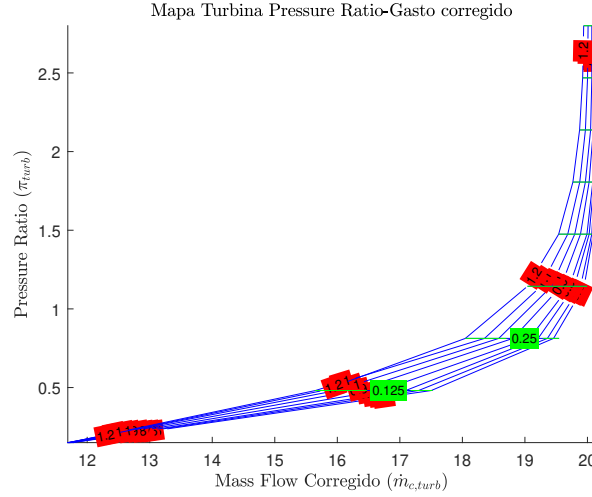
A diferencia del compresor, la turbina pretende proporcionar al compresor la potencia demandada a partir de la extracción de energía al fluido. Ello se logra nuevamente con una serie de apilamientos de etapas de rotor-estátor con la salvedad de que el fluido entrega aquí energía de presión a la turbomáquina tanto en rotor como en estátor.

La naturaleza de esta turbomáquina (el fluido avanza según gradientes favorables de presión) explica el que sus rendimientos iséntropicos sean más elevados con respecto al compresor y sin el riesgo que el fenómeno de bombeo supone. Todo ello da una idea del por qué de que sea el compresor la turbomáquina crítica o limitante a la hora de definir el punto de diseño en el motor.

El gasto corregido en la turbina (de alta) será ahora

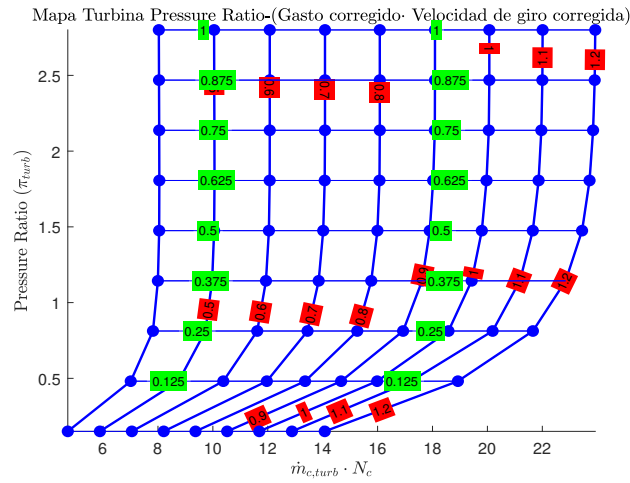
$$\dot{m}_{c,T_H} = (\dot{m} - \dot{m}_s + \dot{m}_f) \frac{\sqrt{\frac{T_{03}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{03}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_g \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma(T_{03})}}, \quad (3.52)$$

En principio, los datos obtenidos de la bibliografía únicamente cuentan con valores de presión mínima y máxima para los correspondientes valores de  $\beta$ . Por ello, se ha distribuido el salto de presiones de forma uniforme, quedando el mapa generalizado de relación de expansión frente a gasto corregido como sigue:



**Figura 3.19** Mapa de turbina generalizado representando la relación de expansión frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

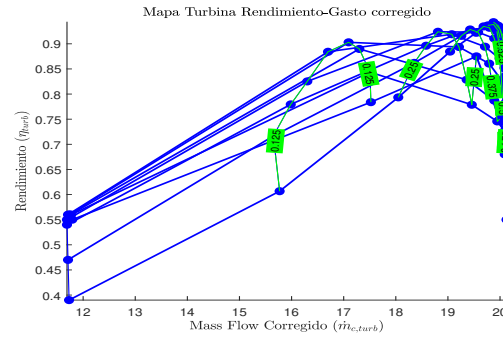
Se aprecia el que las líneas  $N_c = cte$  quedan más próximas entre sí de lo que lo hacía para el compresor, dificultando un correcto análisis del mapa. Es por ello que se procede a representar a continuación con el producto  $\dot{m}_{c,turb} \cdot N_c$  como eje de abscisas para facilitar la visualización del mapa.



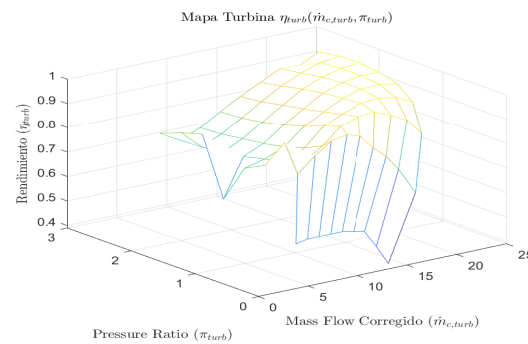
**Figura 3.20** Mapa de turbina generalizado representando la relación de expansión frente al gasto corregido por la velocidad de giro corregida, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

Al igual que con el compresor, es necesario representar unas líneas de isorendimiento. El rendimiento isentrópico, en la turbina de alta, se define como:

$$\eta_{TH} = \frac{h_{03} - h_{04}}{h_{03} - h_{04s}} \quad (3.53)$$

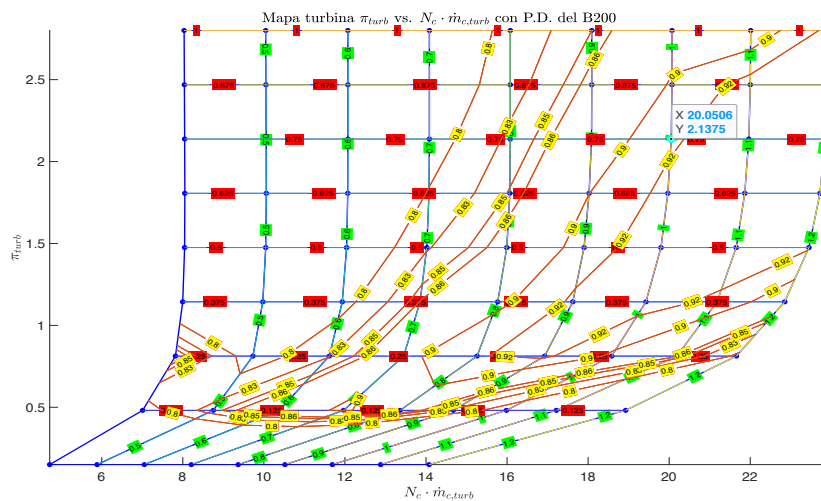


**Figura 3.21** Mapa de turbina generalizado: rendimiento isentrópico de la frente al gasto corregido, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).



**Figura 3.22** Mapa de turbina generalizado 3D: rendimiento frente a valores de gasto corregido y relación de expansión.

Con esta representación 3D del rendimiento frente al ratio de expansión y el producto de gasto corregido por velocidad de giro corregida, se pueden superponer líneas isoclinas de rendimiento sobre la representación anterior.



**Figura 3.23** Mapa de turbina generalizado con líneas de isorendimiento (amarillo) representando la relación de expansión frente al gasto corregido por el número de revoluciones corregida, para los rangos establecidos de los parámetros  $\beta$  (en verde) y  $N_c$  (en rojo).

En cuanto al cálculo de las revoluciones de referencia de la turbina, se procede de un modo idéntico previa elección del punto de diseño.

$$N_{ref,TH} = \frac{\frac{N_{TH}}{N_{c,TH}}}{\sqrt{\frac{T_{03}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma(T_{03}) R_g}{\gamma_{ref} R_{ref}}}} \quad (3.54)$$

Una vez seleccionado el punto, con las distintas consideraciones llevadas a cabo, es necesario el cálculo de los 3 factores de escalado pero evidentemente con las variables termodinámicas de la turbina de por medio en este caso:

- Factor de escalado del ratio de presiones:

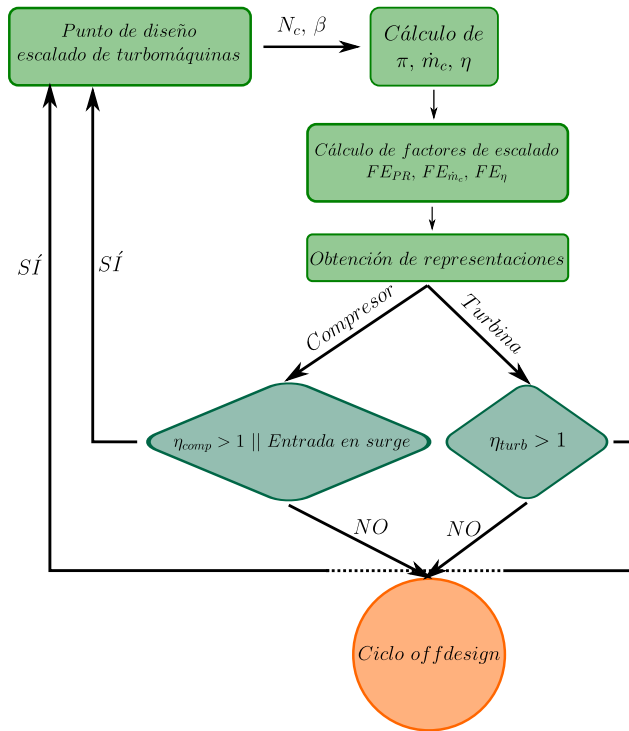
$$FE_{PR,TH} = \frac{\pi_{TH} - 1}{PR_{gen,TH} - 1} \quad (3.55)$$

- Factor de escalado del gasto corregido:

$$FE_{\dot{m}_c,TH} = \frac{\dot{m}_{c,TH}}{\dot{m}_{c,gen,TH}} \quad (3.56)$$

- Factor de escalado del rendimiento

$$FE_{\eta_{TH}} = \frac{\eta_{TH}}{\eta_{gen,TH}} \quad (3.57)$$



**Figura 3.24** Esquema con modo de proceder ante casos excepcionales en el escalado de turbomáquinas.



Se incluye en este punto un comentario que es igualmente aplicable al estudio de compresores. En el escalado de turbomáquinas pueden aparecer casos críticos como consecuencia de una elección no idónea del punto de diseño. Esta situación puede dar lugar a, tras escalar los rendimientos isentrópicos de los elementos, la obtención de rendimientos superiores a la unidad. El modelo es propenso a incurrir en estas contrariedades cuando los puntos en el escalado de las turbomáquinas presentan rendimientos bastante inferiores al asociado al punto de diseño. Como solución al respecto, se opta por un reescalado de las turbomáquinas de modo que se garanticen rendimientos inferiores a la unidad. Otro hecho típico es el que puntos de operación durante la misión se introduzcan en la región de bombeo del compresor cuando el punto de diseño se ubica en una posición muy elevada en el mapa, debiendo en tal caso desplazar el punto de diseño.

### 3.2.3 Hélice fuera de diseño

La hélice es un dispositivo constituido por un número variable de aspas o palas idénticas, dispuestas radialmente alrededor de un eje de manera que, accionadas por un motor, plataforma híbrida en el marco de este Proyecto, convierten con su giro la energía mecánica del motor en energía cinética gracias a su perfil aerodinámico que modifica la presión y velocidad del aire.

Dada su importancia en el desempeño de la hélice es digno de explicación el concepto de paso de la hélice, ángulo que la cuerda de los perfiles de las palas forma con el plano de rotación de la hélice. El paso de la hélice da idea de la magnitud del paso efectivo (relación directamente proporcional entre conceptos), definido como la distancia que avanza en la práctica la hélice tras una revolución completa. Ello da pie a clasificar las hélices en paso corto (idóneo para segmentos de despegue y ascenso pues se tiene menor ángulo de ataque en la pala y se permite un rápido desarrollo de la potencia del motor) y paso largo (que por gozar de mayor ángulo de ataque, genera más resistencia y reduce las r.p.m. de la hélice aunque moviendo más aire).

En cuanto a la tipología de hélices existente en el mercado actual, se distingue fundamentalmente entre hélices con velocidad de giro del eje constante y paso variable o velocidad de giro variable y paso constante. En estas últimas, el paso de las palas queda impuesto por el criterio del diseñador del aeroplano, lo cual restringe y limita sobremanera la eficacia de la hélice pues una buena hélice en despegue no lo será tanto en crucero. Las hélices de velocidad constante son hélices de paso variable cuyo paso se modifica de manera automática de modo que se mantengan las r.p.m. con independencia de que se altere la potencia en el motor y permiten un mejor rendimiento al mantener la línea de operación del motor durante mayor tiempo en zonas de alto  $\eta_{comp}$  y  $\eta_{turb}$ .

El diseño de la hélice fuera de diseño se va a llevar a cabo, en base al análisis anterior, con una regulación a velocidad de giro constante y paso variable.

El escalado del mapa de la hélice parte de un mapa genérico que ha sido obtenido de la literatura y en el que se aprecia como el rendimiento propulsivo deja de ser una constante como ocurría en la resolución del ciclo de diseño. El comportamiento de la hélice vendrá descrito por dos magnitudes:

- Parámetro de avance: Para una hélice dada, la distribución de ángulos de paso geométricos a lo largo de la pala es conocido, por tanto, el parámetro  $J$  define la distribución de ángulos de ataque geométrico.

$$J = \frac{V}{N_H D_H} \quad (3.58)$$

- Coeficiente de potencia:

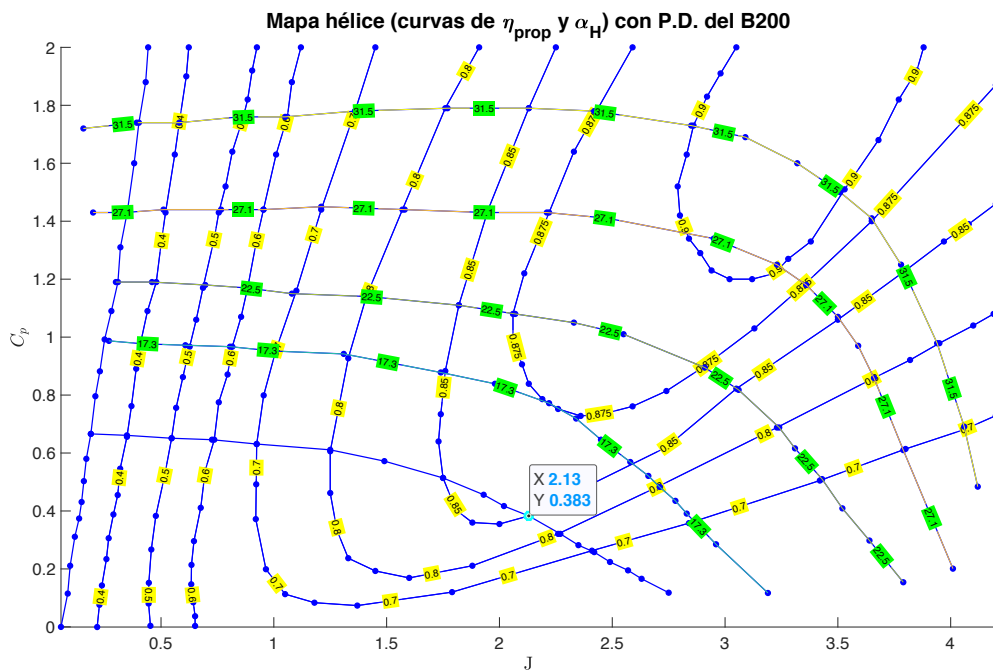
$$C_P = \frac{HP}{2000\sigma \left(\frac{N_H}{1000}\right)^3 \left(\frac{D_H}{10}\right)^5} \quad (3.59)$$

$$\text{donde } \sigma = \frac{\delta}{\theta}, \delta = \frac{P_0}{P_{ref}} \text{ y } \theta = \frac{T_0}{T_{ref}}.$$

De esta forma, el rendimiento de la hélice, como ya es sabido, vendrá dado por:

$$\eta_{prop} = \frac{E \cdot V}{HP} \quad (3.60)$$

donde  $HP$  representa la potencia que se debe suministrar a la hélice para mantener la velocidad de giro, expresada en unidades de caballos de potencia.



**Figura 3.25** Mapa generalizado de hélice con líneas de isorendimiento e isoángulo de hélice.

**Tabla 3.3** Velocidades de giro y diámetro de la hélice de cada uno de los 3 aviones bajo estudio.

Avión	$N_H[r.p.m.]$	$D_H[m]$
A400M	800	5.33
ATR 72	1200	3.93
B200	1700	2.43

Lo que sí está impuesto, pese a gozar de valores de referencia reales, es que la velocidad de giro y el diámetro de la hélice estén, respectivamente, en la horquilla:

$$N_H = 500 - 1900 r.p.m. \quad D_H < 5.5m \quad (3.61)$$

En caso de que alguno de ellos superase el umbral, será necesario seleccionar otro punto de diseño en el mapa genérico o, si así fuese necesario, usar dos hélices si  $D_H$  superase el umbral. Usando este procedimiento, en principio, no habría que escalar el mapa genérico y este sería de aplicación directa, puesto que  $D_H$  y  $N_H$  son tales que  $J$ ,  $C_P$  y  $\eta_{prop}$  coinciden con los de diseño.

### 3.2.4 Escalado de las turbomáquinas y dimensionado de la hélice

A la hora de diseñar las turbomáquinas que participan del motor bajo análisis, el proceso a seguir es en cierto modo iterativo pues se ha de suponer que el diseño de partida es el deseado para posteriormente comprobar que en efecto sus prestaciones son adecuadas para el entorno de trabajo al que se va a enfrentar. De hecho, en algunas de las gráficas que en las subsecciones correspondientes a compresor y turbina fuera de diseño se incluyeron contaban con el punto de diseño seleccionado sobre los mapas generalizados en el caso del B200 con un círculo de color cian. Se ilustra el criterio al que en su momento se aludió de situar el punto de diseño de la turbomáquina lo más arriba y a la derecha posible (concordante no obstante con el nivel tecnológico del que se dispone) en aras de maximizar las relaciones de compresión o expansión, el gasto másico corregido y, no menos importante, el rendimiento isentrópico.

Se omite en este apartado incluir los mapas generalizados de las turbomáquinas de cada aeronave, por ser idénticos a los ya incluidos para el B200, y en su lugar se optará por recoger en un cuadro el valor numérico de los parámetros característicos en el punto de diseño que permitirían la obtención de los mapas de funcionamiento ya escalados.

#### Parámetros en el punto de diseño

##### Compresor de baja/alta

- $N_{c,comp} = 0.928$
- $\beta_{comp} = 0.46154$
- $\dot{m}_{c,gen,comp} = 5.15 \text{ kg/s}$
- $PR_{gen,comp} = 3.6211$
- $\eta_{gen,comp} = 0.754$

##### Turbina de baja/alta

- $N_{c,turb} = 1$
- $\beta_{turb} = 0.75$
- $\dot{m}_{c,gen,turb} = 20.05063 \text{ kg/s}$
- $PR_{gen,turb} = 2.1375$
- $\eta_{gen,turb} = 0.91688$

##### Turbina de potencia

- $N_{c,tpot} = 1$
- $\beta_{tpot} = 0.6667$
- $\dot{m}_{c,gen,tpot} = 4.975 \text{ kg/s}$
- $PR_{gen,tpot} = 0.483335$
- $\eta_{gen,tpot} = 0.879$

El escalado de compresor y turbina se hará tras fijar unos rendimientos en los mapas generalizados de alrededor de 0.75 para compresor y superior, como era de esperar, para la turbina, 0.92 la de

baja/alta y 0.88 la de potencia. Una de los aspectos a verificar es el que con este valor en condiciones de diseño, los rendimientos de compresor y, en especial, de turbina permanecen por debajo de la unidad en la envolvente completa de vuelo. El escoger rendimientos demasiado bajos respecto al nivel tecnológico que se atesora también podría redundar en mapas subestimados y poco eficientes. Las relaciones de compresión y expansión deben ser tales que tras el escalado, la turbina pueda asegurar la transferencia de la suficiente potencia al compresor en todo el rango de operación.

A simple vista el escalado de las turbomáquinas pareciera igual con independencia del avión en el que va a ser implementada; sin embargo, la disimilitud aparece cuando se introduce el valor de la velocidad de giro de los ejes que garantizan el movimiento cíclico en el motor y que han sido determinados a estima en función del tipo de avión. Hágase notar el que al hacer mención al eje de alta, ello implica que tanto la turbina como el compresor de este tipo girarán a la velocidad aquí indicada.

**Tabla 3.4** Velocidades de giro de los ejes de cada uno de los 3 aviones bajo estudio.

Avión	$N_h[r.p.m.]$	$N_l[r.p.m.]$	$N_{pot}[r.p.m.]$
A400M	25000	15000	8000
ATR 72	35000	23000	12000
B200	45000	—	18000

La diferencia en cuanto a magnitud de las revoluciones por minuto con que gira el eje de la turbina de potencia con respecto a las de la hélice termina por explicar la imperiosa necesidad de una caja reductora con que asegurar que no se sobrepasen los límites sónicos en punta de pala de la hélice. En cuanto a la disposición dentro de un mismo motor, la velocidad de giro es tanto mayor cuanto más próxima a la cámara de combustión se sitúa la turbomáquina, siendo además mayor conforme la aeronave cuenta con un menor peso estructural. Los valores reflejados en esta tabla se hacen corresponder con la  $N_{comp}$  o  $N_{turb}$  que permitirá, fijadas las revoluciones corregidas en el punto de diseño  $N_{c,comp}$  o  $N_{c,turb}$ , calcular el valor en adelante de  $N_{ref,comp}$  o  $N_{ref,turb}$ .

Aún se ha de caracterizar cada turbomáquina por la terna de parámetros, si particularizamos para un compresor,  $\pi_{comp}$ ,  $\dot{m}_{c,comp}$  y  $\eta_{comp}$ . No obstante, para el segundo de estos parámetros resulta imprescindible la selección de un punto de diseño en función del cual calcular el gasto másico con que dimensionar el motor. En este punto, uno se ha de retrotraer hasta la sección 3.1.2 en la que justificadamente se explicitó el punto de diseño del motor, con unos valores concretos de  $\theta$ ,  $\pi_c$  y  $\alpha$ . Con ellos, junto a las condiciones de vuelos dadas por  $h$  y  $V$  para las que se identificaron los pertinentes mapas, se está en disposición de determinar el empuje específico que en el punto de diseño caracteriza al motor. Por último, se proporciona como entrada también un cierto valor de empuje que, unido a la información previa, proporciona las dimensiones de la tobera de la que se ha de disponer para asegurar el dar respuesta a tales exigencias. El empuje introducido será el requerido al iniciar el crucero más elevado de entre las misiones de cada aeronave multiplicado por un cierto factor. Éste ha sido escogido de manera que al comprobar el desempeño del motor en el instante con unos mayores requerimientos en cuanto a potencia en el despegue (en torno al punto de mayor demanda de empuje de la misión con un factor de seguridad de 1.15 y con una velocidad similar a  $1.2V_{stall}$  de despegue) ciertos parámetros como la  $T_{03}$  permaneciese por debajo de su valor máximo o no se entrara en bombeo.

$$\mathbf{B200:} \left\{ \begin{array}{l} \theta = 5, \pi_c = 14, \alpha = 0.9 \\ h = 9000ft, V = 130m/s \end{array} \right\} \rightarrow E_e = 1383.99N/kg/s \left\{ \begin{array}{l} \dot{m} = 4.2092kg/s \\ E = \frac{4.914kN}{2motores} \cdot 2.2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\dot{m}=4.2092kg/s} A_{tob} = 0.0647m^2$$

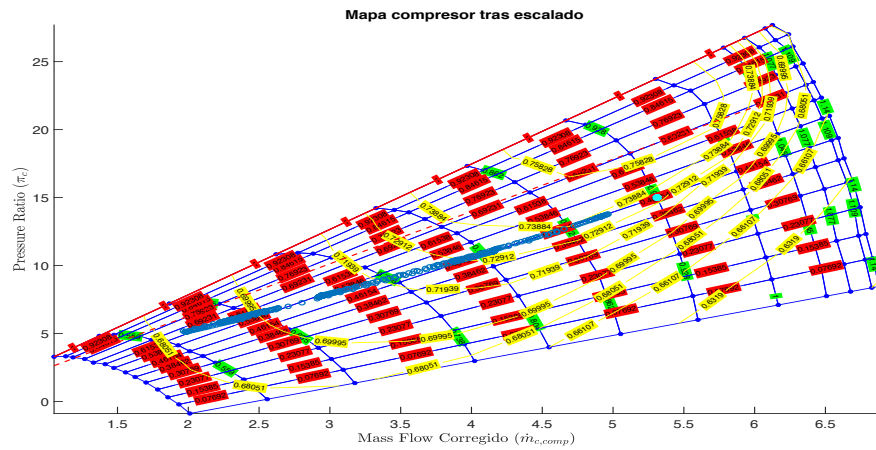
$$\begin{aligned}
\text{ATR-72:} & \left\{ \begin{array}{l} \theta = 5.5, \pi_c = 15, \alpha = 0.9 \\ h = 18000 \text{ ft}, V = 146 \text{ m/s} \end{array} \right\} \rightarrow E_e = 1324.75 \text{ N/kg/s} \\
& \left\{ E = \frac{13.165 \text{ kN}}{2 \text{ motores}} \cdot 2.7 \right\} \xrightarrow{\dot{m}=15.6652 \text{ kg/s}} A_{lob} = 0.3069 \text{ m}^2 \\
\text{A400M:} & \left\{ \begin{array}{l} \theta = 6, \pi_c = 25, \alpha = 0.9 \\ h = 30000 \text{ ft}, V = 200 \text{ m/s} \end{array} \right\} \rightarrow E_e = 1264.37 \text{ N/kg/s} \\
& \left\{ E = \frac{73 \text{ kN}}{4 \text{ motores}} \cdot 2 \right\} \xrightarrow{\dot{m}=32.7107 \text{ kg/s}} A_{lob} = 0.7815 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

La relación de compresión en el punto de diseño se corresponde con el  $\pi_c$  proporcionado a la función *calcula\_Ee\_TSFC* en el B200 y si es el ATR-72 o A400M, las relaciones de compresión en cada uno de sus compresores,  $\pi_{c1}$  y  $\pi_{c2}$ , tomarán los valores proporcionados por dicha función para que su producto sea igual al  $\pi_c$  de partida. Las relaciones de expansión en las turbinas serán resultado también de esta función en el punto de diseño y garantizarán la compatibilidad de potencias entre turbomáquinas de un mismo eje. En consonancia, las temperaturas características del ciclo de diseño pueden ser fácilmente conocidas y, aplicando su definición, así lo serán los rendimientos isentrópicos  $\eta_{comp}$  o  $\eta_{turb}$  en el punto de diseño.

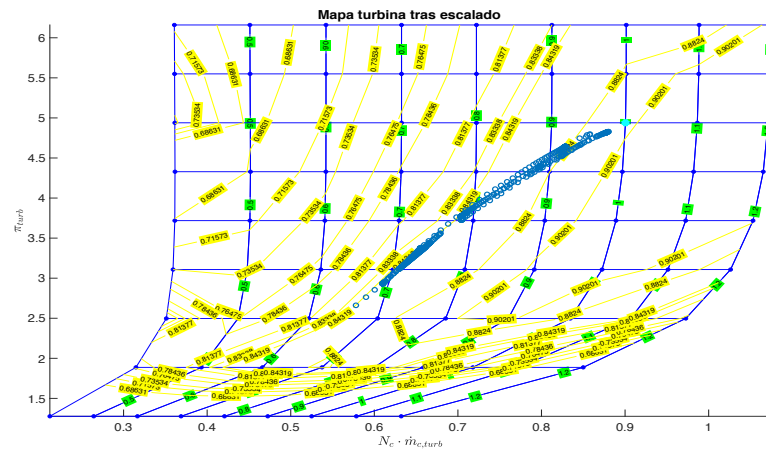
El dimensionado de la hélice responde del mismo modo a un proceso sujeto a continuas modificaciones en el que los aspectos fundamentales a verificar serían que el diámetro de la hélice siendo similar al del avión real no sobrepase el límite considerado y que las revoluciones de giro del eje sean adecuadas. Con todo ello, los valores que finalmente se han considerado para el parámetro de avance y el coeficiente de potencias en cada aeronave son:

$$\begin{aligned}
\text{B200:} & \left\{ \begin{array}{l} J = 2.13 \\ C_P = 0.383 \frac{HP}{(\text{rev/min})^3 \cdot \text{ft}^5} \end{array} \right\} \rightarrow N_H = 1209.8 \text{ r.p.m.}, \quad D_H = 3.03 \text{ m} \\
\text{ATR-72:} & \left\{ \begin{array}{l} J = 1.76138 \\ C_P = 0.4706 \frac{HP}{(\text{rev/min})^3 \cdot \text{ft}^5} \end{array} \right\} \rightarrow N_H = 119.6 \text{ r.p.m.}, \quad D_H = 4.14 \text{ m} \\
\text{A400M:} & \left\{ \begin{array}{l} J = 1.78 \\ C_P = 0.500 \frac{HP}{(\text{rev/min})^3 \cdot \text{ft}^5} \end{array} \right\} \rightarrow N_H = 1364.8 \text{ r.p.m.}, \quad D_H = 4.94 \text{ m}
\end{aligned}$$

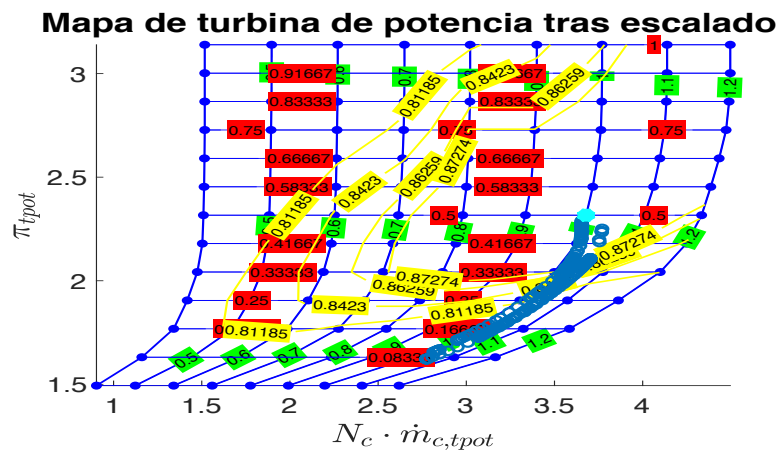
Tras haber diseñado las turbomáquinas, el siguiente paso natural es analizar su comportamiento a lo largo de una operación completa, con especial interés en el despegue. Con este fin, se efectúa una misión de inicio a fin y se pasan como entradas los vectores de empujes demandados, velocidades o altitudes a un programa que con los mismos permite obtener los puntos de operación de cada turbomáquina así como de la hélice sobre los mapas ya escalados. Se volverá a tomar como ejemplo el B200 para dar pie a los pertinentes comentarios.



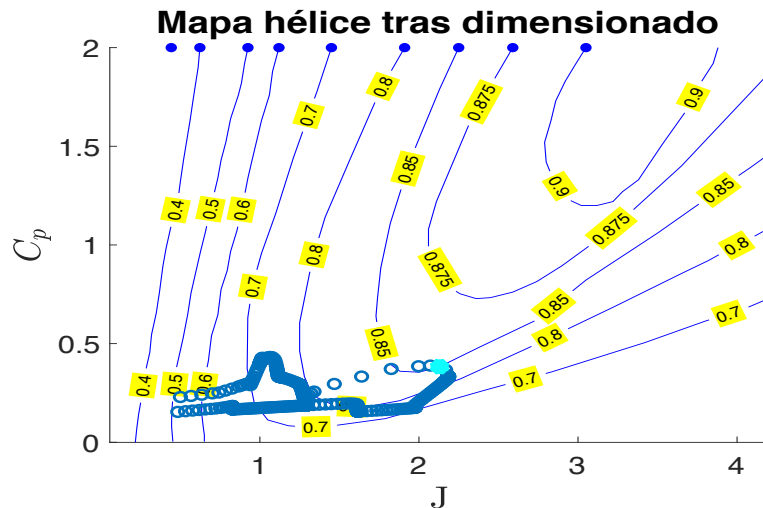
**Figura 3.26** Mapa de compresor con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño.



**Figura 3.27** Mapa de turbina con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño.



**Figura 3.28** Mapa de turbina de potencia con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño.



**Figura 3.29** Mapa de la hélice con puntos de operación a lo largo de un perfil de vuelo y resaltado el punto de diseño.

Para empezar se puede asegurar que el diseño de turbomáquinas y hélice propuesto es completamente válido pues tal y como se aprecia en sus mapas de operación no se entra en condición de bombeo en el compresor y, aunque no es apreciable visualmente, tampoco se sobrepasa el límite de temperatura a la salida de la cámara de combustión. Ello avala la capacidad de este motor para acometer el despegue de un B200, operación más exigente dentro de la envuelta. Antes de pasar a hacer apuntes concretos de cada mapa, se adelanta el que en el posterior proceso de optimización se hará uso de los puntos de diseño obtenidos, aunque ello no quita el que se pudiese redimensionar las turbomáquinas de este motor con el propósito de alcanzar prestaciones incluso superiores a las aquí mostradas. Estas validaciones y mapas fueron del mismo modo sacados para las restantes aeronaves, cumpliendo en todo caso los matices comentados.

En el compresor la línea de operación se desplaza hacia la izquierda ya que la presión de trabajo aumenta más de lo que lo hace el gasto másico al disminuir la altitud, viéndose así reflejado en la expresión para el gasto corregido (3.47). Por otra parte, la relación de compresión decae pues, al aumentar la densidad, los requisitos de compresión se ven relajados, pudiendo conseguir el mismo empuje para una relación un tanto menor. El motivo del desplazamiento hacia la izquierda de los puntos de operación en la turbina es idéntico al compresor.

En cuanto al mapa para la hélice, dada la definición del parámetro de avance con la velocidad en su numerador, para velocidades bajas como pueden darse en condiciones de despegue o aterrizaje, tiende a tomar valores bajos; de ahí el que la gráfica se desplace hacia su zona izquierda. El valor de  $C_p$  no experimenta variaciones tan notorias y en el crucero se comprueba que se alcanzan parámetros semejantes a los dados para la condición de diseño.

Esta serie de comentarios y apreciaciones gráficas se han particularizado para una única aeronave y sin disponer de baterías a la hora de definir los repartos de potencias. Ello no quita que se continúen verificando los distintos puntos citados para las soluciones que en la optimización se obtengan para cada avión y misión de vuelo que se plantee.

### 3.2.5 Resolución del ciclo fuera de diseño

En este apartado se incluirán las ecuaciones extensivas que definen el ciclo del motor fuera del punto de diseño bajo las hipótesis de partida que ya fueron consideradas en la página 47. A diferencia de la resolución del ciclo de diseño, se incorporan aquí un mayor número tanto de ecuaciones como de incógnitas por el hecho de que no se conocen a priori los puntos en los que opera cada turbomáquina.

Los desarrollos que en adelante se muestren seguirán una estructura análoga a la que se desarrolló para diseño, avanzando a lo largo del motor e incluyendo cada una de las ecuaciones que surgen en los distintos componentes. Se obtendrá finalmente un sistema de ecuaciones que regirá el desempeño de un motor turbohélice genérico en puntos fuera de diseño, con turbomáquinas dimensionadas y diseñadas para que la mayoría del tiempo se sitúen en el entorno del punto de diseño.

Este análisis se escenificará por medio del ciclo termodinámico de un motor trije. No obstante, el estudio del motor con 2 ejes es idéntico, sin mayor distinción que la reducción del uso de 5 turbomáquinas a únicamente 3.

Las entradas del programa serán la cota  $h$  y velocidad de vuelo  $V$ , así como el empuje que según el perfil de misión implementado en MATLAB se precisa en cada instante. Se puede entender este modo de proceder como un fiel reflejo de la realidad pues el piloto al mover la palanca de gases fija un valor de empuje, no unos valores concretos de los parámetros  $\theta$ ,  $\pi_c$  y  $\alpha$  que hasta ahora se consideraban para definir el ciclo.

#### Difusor de admisión / Toma dinámica (0→01)

##### Datos de entrada

- $P_0$
- $T_0$
- $\pi_{TD}$

Es una manera habitual de proceder el considerar que la pérdida de presión de remanso en la toma dinámica,  $\pi_{TD}$ , permanece constante independientemente de las condiciones de vuelo.

Las ecuaciones que caracterizan este componente del motor y, por tanto, el comportamiento del fluido al atravesarlo son idénticas a las mostradas para el caso de diseño.

$$P_{01} = P_{00} \cdot \pi_{TD}$$

$$\int_{T_0}^{T_{01}} c_{pa}(T) dT = \frac{1}{2} \left( M_{\bar{V}}^2 R T_0 \frac{c_{pa}(T_0)}{c_{pa}(T_0) - R} \right) \quad (3.62)$$

#### Compresor de baja (01→02)

##### Datos de entrada

- Tablas de  $\eta_{comp}$ ,  $\dot{m}_{c,comp}$  y  $\pi_{comp}$  dado un rango de  $\beta_c$  y  $N_{c,comp}$
- Revoluciones de referencia en el compresor ( $N_{ref,comp}$ )
- $T_{ref}$ ,  $\gamma_{ref}$ ,  $P_{ref}$



A diferencia del ciclo en diseño, no se cuenta con la ecuación en la que participaba el rendimiento politrópico ni tampoco de la relación de compresión que deja de ser dato de entrada y pasa a ser una variable más en el problema. Éstas habrán de ser sustituidas por los mapas previamente escalados para poder interpolar internamente y a partir de ello deducir los parámetros de operación del compresor. Es a su vez necesario conocer los valores de las variables independientes en las turbomáquinas que de partida tampoco lo son y requerirán entre otras cosas de imponer el acoplamiento de revoluciones entre compresor y turbina en un mismo eje.

$$\begin{aligned}\dot{m}_{c,C_l} &= f(\beta_{C_l}, N_{c,C_l}) \\ \pi_{C_l} &= f(\beta_{C_l}, N_{c,C_l}) \\ \eta_{i,C_l} &= f(\beta_{C_l}, N_{c,C_l})\end{aligned}\quad (3.63)$$

El trabajo específico del compresor, que posteriormente será útil al imponer el acoplamiento de potencias con la turbina de baja, se calcula como en la expresión 3.24. La otra ecuación que define las condiciones a la salida del compresor es

$$\int_{T_{01}}^{T_{02s}} \frac{c_{p_a}(T)}{T} dT = R_a \ln(\pi_{C_l}) \quad (3.64)$$

A partir de la misma se puede obtener el valor de la temperatura con la relación  $\phi_{02s} = \text{propiedades}(T_{02s}, x_{\text{aire}})$ . Conocido dicho valor, incógnita inicial con la que itera el programa, se lleva a cabo el cálculo del rendimiento isentrópico de este compresor de baja. De nuevo, se debe hacer uso de la función *propiedades*, para la obtención de las entalpías de remanso correspondientes a cada valor de temperatura:

$$\eta_{i,C_l} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \quad (3.65)$$

El cálculo del gasto corregido es como en su momento se estableció para un compresor genérico y ha de ser tal que el valor interpolado coincida con el obtenido de la expresión analítica.

$$\dot{m}_{c,C_l} = \dot{m} \frac{\sqrt{\frac{T_{01}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{01}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_a \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma_{C_l}}} \quad (3.66)$$

donde  $\dot{m}_{C_l} = \dot{m}$  por compatibilidad de gastos entre toma dinámica y compresor.

Además, será necesario la obtención tanto de las revoluciones absolutas, que no corregidas, de esta turbomáquina (variantes con la condición de vuelo) como las revoluciones corregidas. Estas magnitudes establecerán una ecuación adicional para la igualdad de velocidades entre turbomáquinas:

$$N_{C_l} = N_{ref,C_l} N_{c,C_l} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma_{C_l} R_a}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.67)$$

donde  $N_{ref,C_l}$  es constante e igual al valor despegado en el escalado de la turbomáquina.

Se aprecia a simple vista el incremento abrumador de la complejidad que el trabajar fuera de diseño atesora, el cual quedará no solo reflejado en un sistema de ecuaciones más complejo sino también en mayores tiempos de resolución de los programas numéricos de MATLAB.

**Compresor de alta (02→02H)**

Por ser completamente idéntico el análisis para el compresor de alta, se ahorrarán los pertinentes comentarios y se remitirá a los del compresor de baja en caso de duda. En este componente, la compatibilidad de potencias y revoluciones se establecerá con la turbina de alta y por continuidad de materia el gasto másico será coincidente con el del compresor de baja.

$$\begin{aligned}\dot{m}_{c,C_h} &= f(\beta_{C_h}, N_{c,C_h}) \\ \pi_{C_h} &= f(\beta_{C_h}, N_{c,C_h}) \\ \eta_{i,C_h} &= f(\beta_{C_h}, N_{c,C_h})\end{aligned}\quad (3.68)$$

El rendimiento, definido a partir de las dos variables independientes anteriores, queda como

$$\eta_{i,C_h} = \frac{h_{02_{hs}} - h_{02}}{h_{02h} - h_{02}} \quad (3.69)$$

y el gasto corregido del compresor de alta y las revoluciones del eje correspondiente quedan

$$\dot{m}_{c,C_h} = \dot{m} \frac{\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{02}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_a \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma_{C_h}}} \quad (3.70)$$

$$N_{C_h} = N_{ref,C_h} N_{c,C_h} \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma_{C_h} R_a}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.71)$$

**Cámara de combustión (02H→03)****Datos de entrada**

- $\eta_{cc}$
- $H_p$
- $T_{comb}$
- $\pi_{cc}$

Las ecuaciones que definen el comportamiento de la cámara de combustión en un punto de operación fuera de diseño no tienen diferencia alguna con las de diseño. Sin embargo, en esta ocasión se va a hacer uso de las ecuaciones extensivas y no intensivas.  $T_{03}$  además deja de ser un dato de entrada al ciclo, siendo sustituido por el empuje demandado a la turbina de gas.

Los valores de las pérdidas  $\eta_{cc}$  y  $\pi_{cc}$  son asumidos independientes de las condiciones de vuelo. Con todo ello, las ecuaciones de este componente quedan:

$$\eta_{cc} H_p \dot{m}_f = [\dot{m}(1 - \epsilon) + \dot{m}_f] [h_{03} - h_{ref}(x_g)] - [\dot{m}(1 - \epsilon)] [h_{02h} - h_{ref}(x_a)] \quad (3.72)$$

$$P_{03} = P_{02H} \cdot \pi_{cc} \quad (3.73)$$

donde  $h_{03}$  se calcula a partir de la función  $propiedades(T_{03}, x_g)$ .

**Turbina de alta (03→04)****Datos de entrada**

- Tablas de  $\eta_{turb}$ ,  $\dot{m}_{c,turb}$  y  $\pi_{turb}$  dado un rango de  $\beta_t$  y  $N_{c,turb}$
- Revoluciones de referencia en la turbina ( $N_{ref,turb}$ )
- $T_{ref}$ ,  $\gamma_{ref}$ ,  $P_{ref}$

En esta turbomáquina, al igual que anteriormente con el compresor, aumentará la complejidad del sistema a resolver pues de nuevo desaparecen las ecuaciones dadas por el rendimiento politrópico constante y se sustituyen por las funciones de interpolación que proporcionan los mapas generalizados.

$$\begin{aligned} T_h &= f(\beta_{T_h}, N_{c,T_h}) \\ \dot{m}_{c,T_h} &= f(\beta_{T_h}, N_{c,T_h}) \\ \eta_{i,T_h} &= f(\beta_{T_h}, N_{c,T_h}) \end{aligned} \quad (3.74)$$

Luego el rendimiento, igual a la expresión dependiente de los dos parámetros adimensionales, queda como

$$\eta_{i,T_h} = \frac{h_{03} - h_{04}}{h_{03} - h_{04s}} \quad (3.75)$$

y el gasto corregido del compresor de alta

$$\dot{m}_{c,T_h} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) \frac{\sqrt{\frac{T_{03}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{03}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_g \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma_{T_h}}}, \quad (3.76)$$

Se mantiene la ecuación de Gibbs-Duhem que permite completar las condiciones de salida de la turbina (3.33) y la de balance de potencias con el compresor de alta.

$$\dot{W}_{T_h} = \frac{\dot{W}_{C_l}}{\eta_{mec}} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) (h_{03} - h_{04}) \quad (3.77)$$

Al imponer la continuidad del gasto másico entre cámara de combustión y turbina se tiene en cuenta el sangrado de aire en la etapa de compresor previa a la entrada en la cámara. El sistema incluye otra ecuación asociada a la igualdad de revoluciones con respecto al compresor de alta.

$$N_{T_h} = N_{C_h} = N_{ref,T_h} N_{c,T_h} \sqrt{\frac{T_{03}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma_{T_h} R_g}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.78)$$

**Turbina de baja (04→05)**

De manera análoga, las ecuaciones correspondientes a la turbina de baja quedan como sigue:

$$\phi_{05s} = propiedades(T_{05s}, x_g) = \phi_{04} + R_g \ln \left( \frac{1}{\pi_{T_l}} \right) \quad (3.79)$$

$$\pi_{T_l} = f(\beta_{T_l}, N_{c, T_l})$$

$$\eta_{i, T_l} = f(\beta_{T_l}, N_{c, T_l}) = \frac{h_{04} - h_{05}}{h_{04} - h_{05s}} \quad (3.80)$$

$$\dot{m}_{c, T_l} = f(\beta_{T_l}, N_{c, T_l}) = \dot{m}_{T_l} \frac{\sqrt{\frac{T_{04}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{04}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_g \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma_{T_l}}}$$

$$\dot{W}_{T_l} = \frac{\dot{W}_{C_l}}{\eta_{mec}} (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) (h_{04} - h_{05}) \quad (3.81)$$

$$N_{T_l} = N_{C_l} = N_{ref, T_l} N_{c, T_l} \sqrt{\frac{T_{04}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma_{T_l} R_g}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.82)$$

### Turbina de potencia y hélice (05 → 06)

Las ecuaciones que definen el comportamiento del fluido en esta turbomáquina del motor son:

$$\phi_{06s} = propiedades(T_{06s}, x_g) = \phi_{05} + R_g \ln \left( \frac{1}{\pi_{T_{pot}}} \right) \quad (3.83)$$

$$\begin{aligned} \pi_{T_{pot}} &= f(\beta_{T_{pot}}, N_{c, T_{pot}}) \\ \dot{m}_{c, T_{pot}} &= f(\beta_{T_{pot}}, N_{c, T_{pot}}) = \dot{m}_{T_{pot}} \frac{\sqrt{\frac{T_{04}}{T_{ref}}}}{\sqrt{\frac{P_{04}}{P_{ref}}}} \frac{\sqrt{R_g \gamma_{ref}}}{\sqrt{R_{ref} \gamma_{T_{pot}}}} \\ \eta_{i, T_{pot}} &= f(\beta_{T_{pot}}, N_{c, T_{pot}}) = \frac{h_{05} - h_{06}}{h_{05} - h_{06s}} \end{aligned} \quad (3.84)$$

donde  $\dot{m}_{T_{pot}} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f)$ , por compatibilidad de gastos entre turbina de baja y de potencia.

$$\dot{W}_{T_{pot}} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) (h_{05} - h_{06}) \quad (3.85)$$

$$N_{T_{pot}} = N_{ref, T_{pot}} N_{c, T_{pot}} \sqrt{\frac{T_{05}}{T_{ref}}} \sqrt{\frac{\gamma_{T_{pot}} R_g}{\gamma_{ref} R_{ref}}} \quad (3.86)$$

La potencia que proporciona este tercer eje y que llega a la hélice, previo paso por la caja reductora que adecua las velocidades de giro a las de la hélice, es

$$\dot{W}_H = \eta_{box} \eta_{mec} (1 - \eta_{par}) (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) (h_{05} - h_{06}) \quad (3.87)$$

El valor del empuje de la hélice, una vez obtenido  $\eta_{prop}(J, CP)$ , también obtenido por medio de los mapas generalizados, es

$$E_H = \frac{\dot{W}_H \eta_{prop}}{V} \quad (3.88)$$

En condiciones de muy baja velocidad ( $V \sim 0$ ) propias del despegue o aterrizaje, los puntos de operación de la hélice se desplazan muy a la izquierda del mapa pues  $J \rightarrow 0$ , zona absurda al definir el valor de rendimiento. Como alternativa se opta por la imposición de un valor de rendimiento constante y no muy elevado ( $\eta_{prop} \approx 0.5$ ) en estas fases.

#### Tobera (06→7)

##### Datos de entrada

- $\pi_{tob}$
- $A_{tob}$

En la tobera se mantiene la pérdida de presión  $\pi_{tob}$  constante e independiente del punto de operación, al igual que se supuso para la toma de entrada a motor.

En este punto se podría incluir una disertación acerca de la posibilidad de tobera adaptada o bloqueada. Si bien tras la resolución de una misión completa de vuelo para uno de los aviones considerados, se comprueba el que la tobera se mantiene en todo momento bajo la condición de adaptada. Ello motiva el que este análisis fuera de diseño quede limitado a esta condición, lo cual no quita que pudiese darse bajo ciertas condiciones el bloqueo de la misma. Bajo estos términos, el empuje de la tobera queda como sigue:

$$E_{tob} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) C_7 - \dot{m} \cdot V \quad (3.89)$$

donde  $C_7 = \sqrt{2 \cdot (h_{06} - h_7)}$ .

Para obtener la ecuación correspondiente al gasto fue necesario de forma previa evaluar el área geométrica en la sección de salida de la tobera en el punto de diseño. El gasto a través de la tobera convergente se obtiene de las ecuaciones de continuidad y conservación de la energía junto al estado de la tobera en cada condición de vuelo, que definen una ley funcional entre el gasto que evoluciona por la tobera y la relación de expansión

$$\dot{m}_{tob} = (\dot{m}(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) = \rho_7 C_7 A_{tob} = \frac{p_7^{\nearrow p_0}}{R_g T_7} C_7 A_{tob} \quad (3.90)$$

$$P_{07} = P_{06} \pi_{tob} \quad (3.91)$$

Finalmente, la ecuación que cerrará el sistema será que la suma de empujes de tobera y hélice debe ser igual al empuje requerido para cada punto de operación

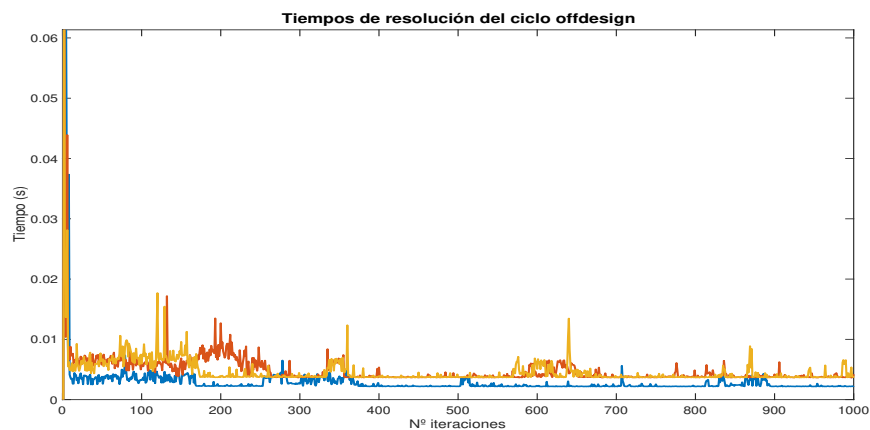
$$E = E_H + E_{tob} \quad (3.92)$$

Todo el desarrollo expuesto da lugar a un sistema de ecuaciones no lineales con 25 ecuaciones e incógnitas para el caso de motores trije (ATR72 o A400M) y 17 en el B200 por tener un motor bieje. Por último, cerrado el ciclo termodinámico se está presto para el cálculo del consumo específico del motor, con importantes connotaciones en el desempeño del avión durante el vuelo.

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{E} \quad (3.93)$$

Un aspecto sumamente importante a la hora de implementar todas las funciones que la resolución del ciclo fuera de diseño precisa en MATLAB es su velocidad computacional o, en otras palabras, cómo de eficiente es el programa a la hora de extraer una solución. La importancia de este aspecto recae sobre el hecho de que las funciones anidadas que aquí participan deben ser resueltas tantas veces como pasos de integración se tengan en las ecuaciones diferenciales de todos y cada uno de los segmentos del vuelo. Se extrae cómo una mínima reducción en el tiempo de ejecución de estos programas se traduciría en una notoria reducción del tiempo de espera para completar una misión. Precisamente en aras de dar con misiones cuya resolución no fuese especialmente prolongada, se han depurado los programas al máximo y empleado formatos en los que se rehuyeran los cálculos redundantes. Como se explicará más adelante al desarrollar el bloque de optimización de este documento, los flujos energéticos fueron inicialmente planteados con un grado de hibridación,  $\Phi_H$ , definido como el cociente entre el empuje proporcionado por baterías con respecto al total demandado. Sin embargo, se detectó una mayor complejidad al introducir el paquete de motor fuera de diseño que derivó en tiempos de cálculo inasumibles a la postre, y de ahí el que finalmente se apostara por una definición análoga de  $\Phi_H$  en términos de potencias. De cara a ilustrar el tiempo de ejecución del ciclo fuera de diseño, se incluye una gráfica con los conocidos como “*elapsed times*” para cada una de las aeronaves con su valor promedio. La mayor complejidad en cuanto a número de ejes de los motores de ATR y A400M repercute, como era de esperar, en tiempos superiores, observándose con independencia del avión una especie de efecto de arranque en los inicios.

La media de tiempos es de 0.0026 s en el caso del B200, 0.0044 s para el ATR-72 y 0.0045 s en el A400M. Se constata la menor duración temporal de la resolución del ciclo termodinámico fuera de diseño en el avión con un menor número de turbomáquinas, siendo los valores casi idénticos en aviones con igual número de ejes y presencia de flujo sangrado.



**Figura 3.30** Tiempos de ejecución de los ciclos fuera de diseño en cada una de las aeronaves.

## 4 Plataforma híbrida de aeronave

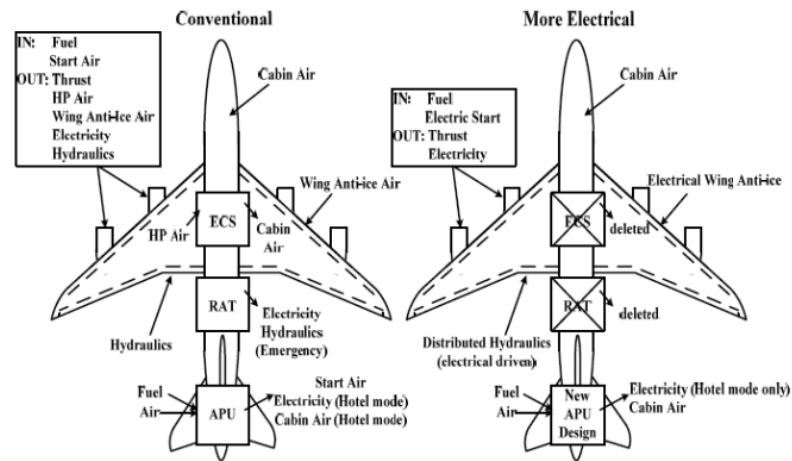
---

La industria aeronáutica se ha propuesto como reto la producción de aeronaves cada vez más comprometidas con el medio ambiente, en definitiva, aviones que se ajusten al concepto de "*greener aircrafts*", motivado por la necesidad de desarrollar nuevas tecnologías sostenibles. La principal opción que se plantea acerca de esta evolución se relaciona con la perspectiva de la plataforma híbrida de aeronave.

Una aeronave híbrida no es más que aquella en la que se da la combinación de dos o más fuentes de generación de potencia para dar respuesta a un sistema demandante como es una aeronave. Este capítulo vendrá a poner en pie el modo en que los modelos planteados en los capítulos previos, tanto eléctrico como de motor, pueden ser combinados e integrados a bordo de una aeronave.

Previo a profundizar en el concepto de aeronave híbrida, es digno de mención el impacto que la adopción de la tecnología eléctrica puede llegar a tener e incluso está teniendo en el futuro aeronáutico, bien sea en el sector civil o militar.

- La incorporación de un sistema de almacenamiento de energía eléctrica como son las baterías permite reducir las emisiones a la atmósfera de  $CO_2$ , que junto a otros gases son los principales responsables del calentamiento global, en adición al aumento de la eficiencia energética y la reducción del ruido procedente de la tobera del motor convencional y las vibraciones.
- Los costes operacionales vinculados al consumo de fuel y al mantenimiento de sus distintos sistemas se ve considerablemente reducido al incorporar una fuente que no precisa de combustibles fósiles en principio (todo ello dependerá de la procedencia de la energía con que las baterías sean recargadas).
- La maniobrabilidad y desempeño de la aeronave mejorarán dada la ausencia de influencia de los efectos de altitud y actitud en la propulsión eléctrica.
- La participación eléctrica en la propulsión aérea va en sintonía con la tendencia actual hacia aviones MEA ("*More Electric Aircraft*") que pretende el uso de potencia eléctrica en todos aquellos sistemas no propulsivos que de manera convencional han sido actuados mecánica, neumática o hidráulicamente. Entre sus consecuencias se encuentran el reemplazo del sistema de sangrado de motor por compresores alimentados eléctricamente, el arranque eléctrico del motor o el uso de un sistema de rodamiento magnético avanzado con el que sustituir el sistema de aceite de motor y APU.



**Figura 4.1** Comparativa entre aeronave convencional y MEA [7].

Los atributos de la fuente eléctrica derivarían indudablemente en mejoras significativas en términos de reconfigurabilidad, consumo de hidrocarburos, mantenimiento y costes en general. Sin embargo, no todo es fructuoso pues en el nivel de madurez de las baterías de hoy en día, con su escasa densidad energética, quedan con un claro déficit frente al combustible de aviación. Por tanto, una sinergia entre las cualidades del avión convencional y eléctrico se hace necesaria, dando lugar a proyectos de aeronaves híbridas como los más de 30 que había en marcha hacia 2018: el *Zunum Aero* de 10 plazas, el demostrador *Airbus E – FanX*, el *VoltAero Cassio* o el prototipo de *Ampaire* que voló por primera vez el 6 de junio de 2019.

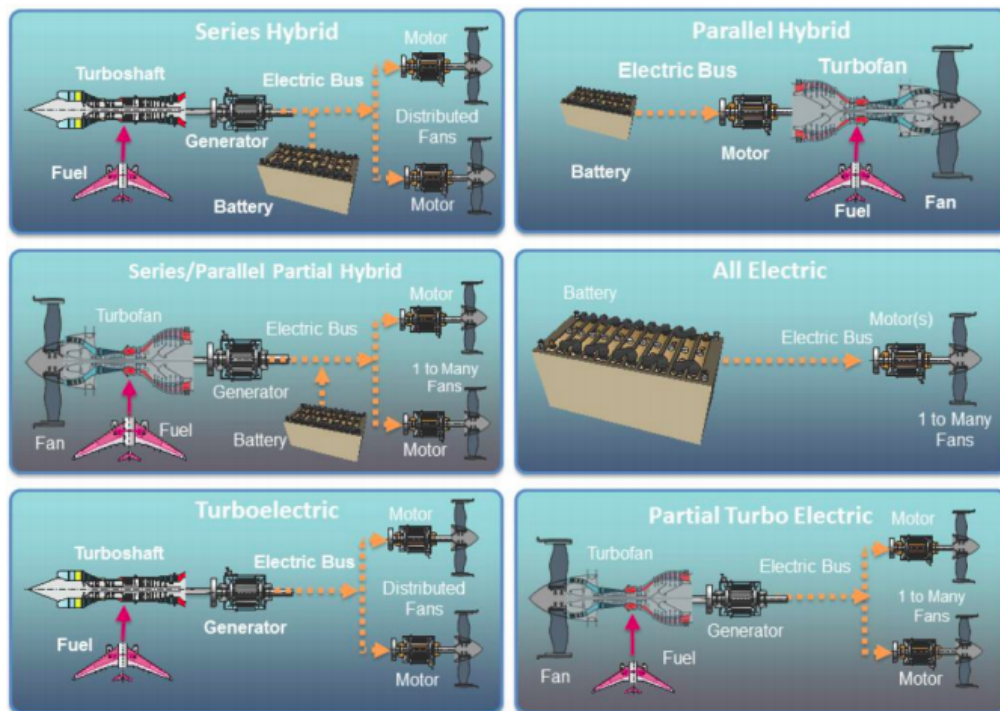
En el mercado actual están cada vez más proliferando los UAVs ("Unmanned Aerial Vehicles") de carácter híbrido o totalmente eléctricos y paulatinamente se abren paso aeronaves de muy bajo peso y con capacidad reducida en las que sea asumible el peso en baterías. Los esfuerzos en el sector se centran ahora en implementar este tipo de plataformas híbridas en aeronaves de mayor tamaño como las que se frecuentan en el ámbito comercial y que contribuyen casi en su totalidad a los gases contaminantes emitidos a la atmósfera por la aviación. Como objetivo dentro de este Proyecto se tratará de evaluar la viabilidad de la implementación de baterías en aviones como los mencionados, poniendo en valor su beneficio ecológico.

Los desafíos en el desarrollo de un avión híbrido no son solo de carácter técnico, sino que se acompaña de un complejo entramado de regulaciones y normas de certificación. El apresurado progreso de las fuentes de energía eléctrica para vehículos por carretera son, en cierto modo, demostradores tecnológicos y punto de partida para su posterior inclusión en aviones, pese a que los sistemas automotrices gozan de menores requisitos de redundancia y limitaciones de peso. Las autoridades reguladores han de trabajar de manera sincrónica con la industria de cara a alcanzar un camino con el que hacer coincidir los avances tecnológicos y las nuevas regulaciones. Las principales carencias de la normativa aérea actual radica en la regulación del almacenamiento de energía eléctrica y los flujos energéticos en los que las baterías se verían implicados. En términos generales, la base de certificación de las aeronaves con motor eléctrico surge de toda una mixtión entre requisitos de certificación ya existentes, otros que serán readaptados, disposiciones para propulsión eléctrica y otras únicas y específicas de cada proyecto.



Un estudio realizado por parte de la *National Academy of Engineering* de los EE.UU. [21] acerca de la propulsión de aeronaves comerciales y sistemas de energía establece una clasificación con hasta 6 arquitecturas de propulsión diferentes con participación eléctrica.

1. Totalmente eléctrico: Las baterías son su única fuente de energía para la propulsión de la aeronave.
2. Eléctrico-híbrido: Los sistemas híbridos emplean motores de turbina de gas para la propulsión y recarga de las baterías, estando las baterías destinadas a proporcionar energía efectiva para la propulsión en fases concretas del vuelo.
  - a) En serie: La hélice, la caja reductora y el motor eléctrico están dispuestos en un mismo eje en esta arquitectura, de forma tal que la totalidad de la potencia propulsiva de la hélice es proporcionada por la máquina eléctrica que se alimenta de las baterías a las que la potencia llega a través de un alternador accionado por la turbina de gas. El control del motor eléctrico se efectúa por medio de electrónica de potencia. El principal beneficio de esta configuración radica en que el motor de combustión interna puede ser diseñado para operar a su velocidad de giro óptima. En automóviles se ha comprobado que la arquitectura en serie responde a unos menores consumos de combustible, si bien, el tener que dimensionar el motor eléctrico para ser capaz de proveer la máxima potencia requerida en la envuelta de vuelo deriva en unos mayores pesos que hacen desestimar finalmente esta opción en aviación.
  - b) En paralelo: Esta arquitectura consta de la hélice, la caja reductora, una máquina eléctrica que haga las veces de motor/alternador, el módulo de baterías y turbina de gas y embrague dispuestos sobre un mismo eje. En caso de que la máquina eléctrica actúe como generador, estará consumiendo energía de la batería para dirigirla hacia la hélice. Por contra, si se está en modo alternador, se consumirá energía de la turbina de gas para proceder a la recarga de las baterías. El embrague de accionamiento externo permite desacoplar la turbina de gas de la hélice, en cuyo caso toda la energía procede de las baterías. Esta configuración proporciona una amplia gama de modos de actuación: todo eléctrico, todo combustión o híbrido. Su menor peso la hace la alternativa más atractiva para su implementación en aeronaves.
  - c) Parcialmente en serie/paralelo: Este sistema cuenta con una o más hélices que pueden ser accionadas directamente por la turbina de gas, y otras con potencia entrante de un motor eléctrico al que alimenta un generador de turbina o un paquete de baterías.
3. Turboeléctrico: En él las baterías no participan de la propulsión sino que la potencia de la turbina de gas acciona unos generadores eléctricos, que a su vez nutren a unos inversores y en paralelo a motores de corriente continua con los que accionar los ventiladores eléctricos.
  - a) Total
  - b) Parcial: Variante de la configuración anterior en la que una fracción de la potencia de la turbina de gas se destina a la propulsión, siendo la potencia restante garantizada por los turboventiladores.

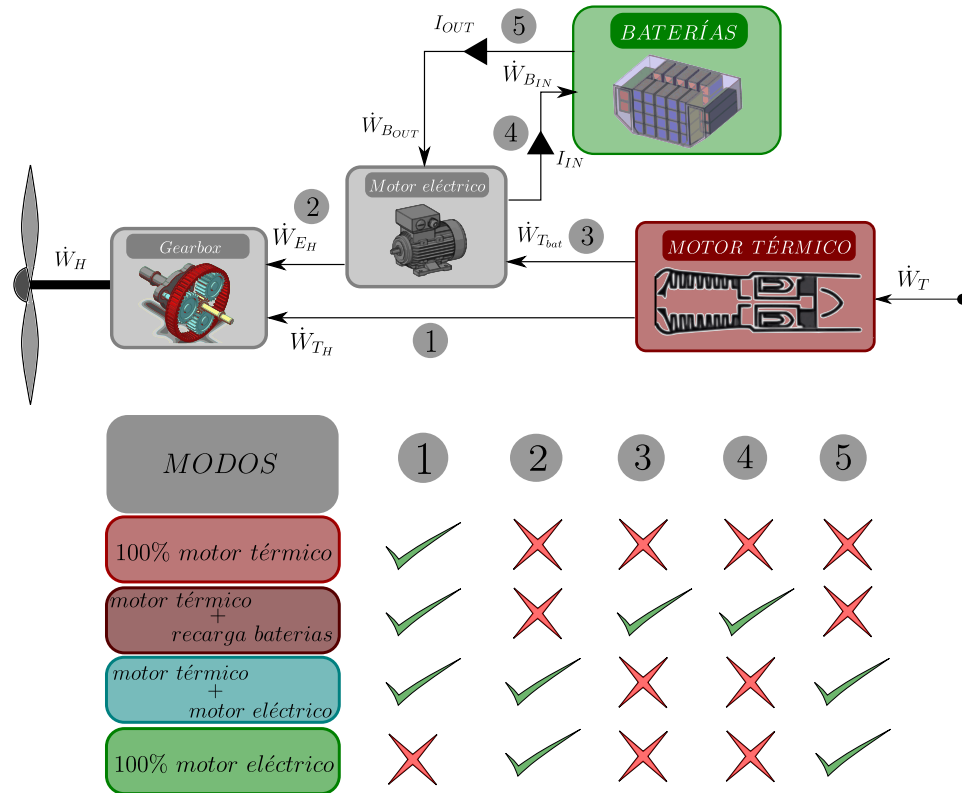


**Figura 4.2** Posibles arquitecturas de plataforma propulsiva con participación eléctrica.

El problema una vez fijada una cierta arquitectura es encontrar, para cada demanda de empuje de la aeronave, los flujos de energía eléctrica y mecánica así como de fuel que optimizan la operación. Tal optimización se puede efectuar en base al consumo energético, al ruido y/o a las emisiones contaminantes, siendo en el marco de este Proyecto el consumo de combustible el criterio diferenciador.

Tal y como se ha venido comentando, los sistemas 100% eléctricos no se recomiendan como un enfoque de alta prioridad a corto plazo pues incluso en el estudio acometido por este Comité se concluye que las baterías no llegan a satisfacer los requisitos que en aviones comerciales habrían de enfrentar. Los turboeléctricos se presentan como una opción de tecnología avanzada de propulsión para la reducción de las emisiones de gases contaminantes, bien es cierto que con el concepto que en ellos subyace nunca sería posible erradicar por completo la emisión de estos gases a la atmósfera. Todo ello restringe la gama de arquitecturas a elección entre las posibles plataformas híbridas, de las que es la arquitectura en paralelo la que mejores prestaciones pudiera llegar a ofrecer en el sector aéreo.

A continuación, se incluye un diagrama con mayor lujo de detalle de la configuración final en paralelo que se presupone a la plataforma híbrida que será incluida en las aeronaves escogidas. También se introducirá una tabla con la gama de modos de operación que esta arquitectura plantea, identificando el sentido de los flujos energéticos existentes en cada uno de estos casos.



**Figura 4.3** Esquema de los flujos energéticos en la plataforma híbrida a implementar en los aviones bajo estudio y sus posibles modos de operación.

Una vez presentado el esquema anterior, con el que se pretende facilitar la comprensión de los posibles modos de operación de la plataforma híbrida y los flujos energéticos que cada uno de ellos implica, se procede a explicar la traducción a lenguaje de programación de todos los conceptos subyacentes para su incorporación en los códigos de MATLAB con que desarrollar la misión de vuelo. Los comentarios que en lo que sigue se recogen quedan circunscritos al segmento de crucero, en aras de particularizar algunos de los cálculos, aunque todo comentario se puede acoger bajo un tono genérico.

A la función *crucero* de MATLAB (cada misión cuenta con llamadas a funciones para cada segmento bajo la secuenciación lógica) además de las típicas condiciones de vuelo de altitud y velocidad, le han de llegar como entradas el alcance del crucero o la masa de fuel restante. En lo que a la hibridación concierne, se cuenta con *inputs* como el número de celdas en serie y paralelo fijados por el dimensionamiento inicial del motor eléctrico y el *SOC*, la tensión o la intensidad con que se finaliza el segmento previo y, en consecuencia, se iniciará el presente. Como último término se distingue la potencia que en esta fase se asocia al paquete eléctrico,  $\dot{W}_B$ , entendida de modo que si toma valor positivo será proporcionada por las baterías para contribuir a la propulsión de la aeronave, si su valor es nulo se estará en la condición de 100 % motor térmico y si su valor es negativo, potencia procedente de la turbina de gas estará permitiendo la recarga de las baterías. Este valor dado en términos dimensionales pudiera ser definido asimismo como una entrada adimensional en forma de grado de hibridación,  $\Phi_H$ , con el que de una forma tremendamente semejante seguir el procedimiento a continuación desarrollado.

Uno de los primeros aspectos a comprobar al iniciar la función del pertinente segmento será estudiar la compatibilidad entre el valor de  $\dot{W}_B$  y el estado de las baterías. En resumidas cuentas, si  $SOC_{ini} > 2.6Ah$  y  $\dot{W}_B < 0$  o  $SOC_{ini} < 0.05Ah$  y  $\dot{W}_B > 0$  se impondrá una penalización sobre el consumo de combustible (en el supuesto de que éste sea el argumento de la función objetivo en la pertinente optimización) que se sumará al valor real obtenido en el segmento. Importante el recalcar que este resultado de consumo se obtiene bajo condiciones de motor térmico en solitario por no permitir la coyuntura de la que se parte sacar provecho de las baterías. En este punto del programa se efectúa el cálculo de los coeficiente aerodinámicos que intervendrán en la expresión de la resistencia (por tratarse de crucero basta con ser calculado una vez al ser invariantes  $h$  y  $V$ , no ocurre esto mismo con el resto de segmentos donde se habrá de identificar los valores de  $k$  y  $C_{D_0}$  en cada paso de la ecuación diferencial).

Uno se adentra aquí en la función de tipo *ODE* con la que queda caracterizada la ecuación diferencial del segmento implicado. Uno de los principales escollos en su construcción estaba asociado al hecho de que el modelado de la descarga o recarga de las baterías, en especial el cálculo de las capacidades, requería tener almacenados todos los valores de pasos de integración previos. Por contra, las funciones *ODE* existentes en MATLAB trabajan de un modo tal que todas aquellas variables que no sean salida de dicha función, siendo éstas las derivadas procedentes de la Mecánica del Vuelo con las pertinentes ligaduras, son borradas entre llamada y llamada a la función. Ello precisó de la utilización de variables de tipo "global" con las que asegurar la posesión de todos los datos previos y de la función '*OutputFcn*' como opción adicional vinculada al *ODE* con la que asegurar que los pasos de integración del problema diferencial ejecutados por MATLAB internamente fueran coincidentes con los que a posteriori eran devueltos como salida. Mientras que la función que recoge el sistema de ecuaciones diferenciales se centra en la determinación de un vector con el que dar respuesta a cada una de las variables de estado (i.e., en crucero solo se tiene la masa de la aeronave pero en segmentos de mayor complejidad como el climb se extiende hasta velocidad, avance en dirección horizontal, ángulo de asiento de la velocidad o tiempo), la función *output* computa los  $\Delta t$  con los que ir calculando las capacidades instantáneas y las tensiones e intensidades como función de la  $\dot{W}_B$  que se tenga. Además, en caso de darse las condiciones de agotamiento de las baterías, bien sea por voltaje o capacidad, si se está descargando o su llenado máximo en situación de recarga, se implementan aquí una serie de condicionales con los que modificar el modo con que proceder con las baterías en adelante.

En el cálculo del consumo específico del motor, precisado en toda llamada al *ODE* para el cálculo de la variación en la masa de la aeronave, se introduce el modelo de motor fuera de diseño con el que se logra un valor más certero del *TSFC*, incluyendo entre otros efectos el desempeño de las turbomáquinas y la hélice, en base a las condiciones de altitud, velocidad, empuje demandado y  $\dot{W}_H$  (con sus posibilidades de carga o recarga). Suele ser objeto de fallo aquí el no dividir los valores de empuje y potencia mencionados por el número de motores que constituyan el avión en cuestión, pues las exigencias de un modo u otro se supondrán repartidas equitativamente entre cada uno de los motores. Si se quisiera un mayor lujo de detalle acerca de la resolución del ciclo termodinámico inmerso en este proceso, se invita a revisar la sección 3.2.

En las páginas venideras se explicarán algunos de los elementos que esta configuración híbrida de aeronave requiere para su funcionamiento como pueden ser el motor/alternador que se ubica entre el motor térmico y las baterías o el convertidor DC-DC que adecuará las tensiones a la salida del apilamiento de celdas.

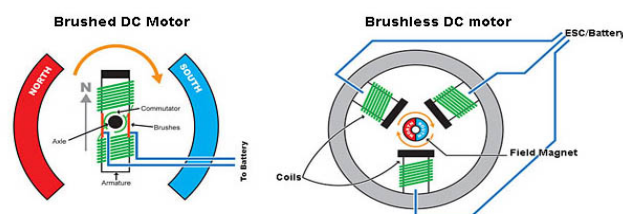
## 4.1 Motor eléctrico

De cara a transformar la potencia eléctrica que proporcionan las baterías en potencia mecánica, se requiere el uso de al menos un motor eléctrico (uno por motor térmico en la aeronave), el cual junto con la turbina de potencia suministrará energía mecánica a la hélice a través del eje de potencia y la caja de engranajes. Con el objetivo de reducir el peso del conjunto motor, se ha decidido optar por motores del tipo motor-generador los cuales presentan la capacidad de operar como generadores, de modo que en ciertos momentos en los que pueda resultar conveniente, se pueda emplear una fracción de la energía mecánica disponible para cargar las baterías, o bien como motor al transformar la energía química del paquete eléctrico en mecánica de utilidad para la hélice.

Debido a que el número de proyectos en desarrollo de aeronaves híbridas hoy en día no es numeroso, la existencia de motores con capacidad de proporcionar las demandas de potencia que una aeronave implica son escasos. Por este motivo, se ha optado por motores eléctricos enfocados a su uso en automóviles y camiones, para los cuales hay una mayor cantidad de información y de los que se han podido recopilar mapas de operación y hojas de especificaciones.

En cuanto al principio de funcionamiento de un motor eléctrico, la idea básica se sustenta en incluir en un motor un rotor, o eje que actuará como conductor, y un estátor, donde se alojarán los electroimanes que lo hagan girar. Los imanes de rotor y estátor cuentan con una cierta polaridad, de modo que la acción repelente entre polos del mismo signo es la causante del giro del rotor en el sentido adecuado. El rotor se mueve dentro de una trayectoria circular, de modo que una vez haya girado  $180^\circ$ , se bloqueará en la posición más cercana al imán que lo está atrayendo para súbitamente invertir la polaridad y continuar el movimiento.

Aunque los motores eléctricos pueden ser clasificados como de corriente alterna o continua, por naturaleza todos son de corriente alterna, y es que tal y como se ha explicado se requiere invertir el flujo de corriente para garantizar el funcionamiento. En el caso de un motor DC, empleado cuando es importante el poder regular continuamente la velocidad de giro del motor, el cambio de polaridad en las bobinas del rotor se ha efectuado tradicionalmente con unas escobillas mecánicas. Éstas no son más que unos pequeños pinceles metálicos o de grafito que ejercen de conexión eléctrica entre la parte fija y la giratoria en el motor. Sin embargo, se trata de un elemento especialmente dado a deterioro y, como tal, en las últimas generaciones de motores DC se ha optado por obviarlas e incluir circuitos electrónicos que detectan la posición del rotor y en base a ello cambian el flujo de corriente. Ello además aumenta la eficiencia y elimina la posibilidad de que las escobillas produzcan chispas o arcos eléctricos, especialmente peligrosos en aplicaciones aeronáuticas.



**Figura 4.4** Motores eléctricos de corriente continua con y sin escobillas [5].

A la hora de implementar motores eléctricos en aeronaves, se consideran una serie de aspectos como que los motores con imanes permanentes son más eficientes que aquellos con electroimanes o que los motores de corriente AC requerirían la inclusión de un inversor para hacer uso de la energía proporcionada por las baterías. Esto último hace decantarse por la inclusión de motores sin escobillas y de corriente DC con imanes permanentes (BLDC-PM) por su mejor eficiencia, par motor, peso y mantenimiento. Este tipo de motores es incluso empleado ya en aeronaves como el *Pipistrel Taurus G4* y ciertos helicópteros híbridos.

Los motores requieren siempre de un controlador para su funcionamiento. La inclusión de un convertor mínimamente sofisticado permite que la rotación se haga de manera invertida y se transforme energía mecánica en eléctrica, funcionando en definitiva como un generador.

De entre las oportunidades de motor/generador existentes en el mercado actual, se ha optado por el modelo *EMRAX 208 High Voltage*, del cual se pudo obtener sus mapas de operación en modo motor gracias a los documentos encontrados en la página del fabricante.

Los motores fabricados por la empresa EMRAX están pensados para ser empleados en aviación ligera y presentan capacidad para generar una línea de potencia incluso en el pico de trabajo bastante homogénea, lo que implica que hasta a bajas velocidades es factible su uso. Esto es de gran interés ya que permitiría acoplar hélice y motor incluso sin necesidad de emplear cajas reductoras, con el subsecuente ahorro en pérdidas mecánicas que estas suponen. Aunque no se dispone de los mapas de operación en modo generador, si que se conoce gracias a la información del fabricante que los mapas son prácticamente análogos con una pequeña reducción de los rendimientos, obtenidos por medio de un factor multiplicador.

Para poder modelizar el comportamiento de esta máquina se decidió fijar una velocidad de giro de 2500rpm e interpolar las curvas de isorendimiento representadas en dicho mapa. Además, dado que no se disponía de información suficiente sobre el tiempo factible de operación cercano al pico de máxima potencia se han limitado las capacidades de potencia a la línea de torque continuo. Las principales propiedades de estos motores podrán ser encontradas en la hoja de especificaciones [11], aunque cabe resaltar el que cuentan con un peso de 9.3kg y su tensión nominal es de 470VDC.

Como apunte final, pudiera darse la condición de que la potencia que el paquete eléctrico cediera o demandara en un cierto instante sobrepasara los límites de operación de este motor. Una decisión de compromiso es el asumir que estos motores podrían ser mandados a reescalar a la compañía suministradora, que la tecnología necesaria para esta aplicación existe y sería factible incorporarla al Proyecto.

A continuación, se muestran los mapas de operación que han sido empleados.

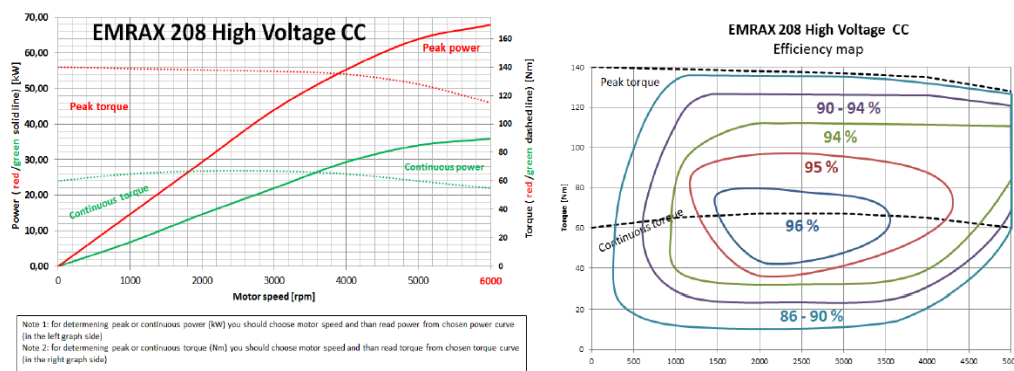


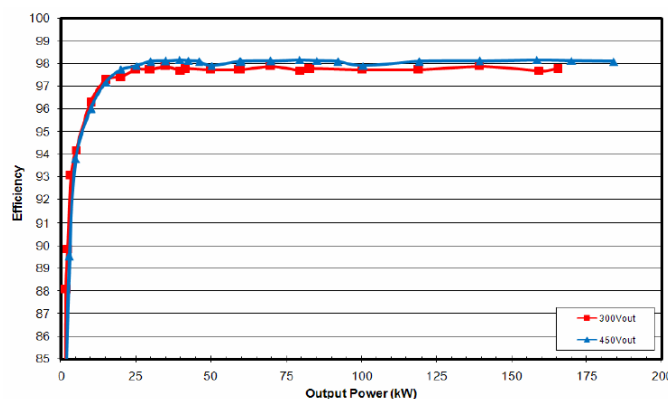
Figura 4.5 Mapa de eficiencia y potencia frente a revoluciones del motor *EMRAX 208 High Voltage*.

## 4.2 DC-DC

Se denomina convertidor DC-DC a un tipo de convertidor de potencia que transforma corriente continua de un nivel de tensión a otro. La conversión se efectúa almacenando la energía de entrada temporalmente y entregándola luego en la salida a un voltaje diferente. Esto puede realizarse utilizando dispositivos de almacenamiento de campo magnético (inductores) o de almacenamiento de campo eléctrico (capacitores).

Como se puede observar en la información técnica de los motores eléctricos seleccionados, los voltajes de trabajo son superiores a los voltajes que pueden proporcionar el conjunto en serie de celdas, fijado a un valor de 270VDC, por lo que se requiere un dispositivo capaz de incrementar dicho voltaje (pasar de los aproximadamente 270VDC de las baterías al voltaje nominal de 470VDC del motor). Además, esto permite que aún apreciándose caídas en el voltaje de las baterías conforme se descargan, la entrada de tensión al motor no aprecie tal variación, asumiendo que la variación de voltajes a acometer es factible para el dispositivo DC-DC escogido.

Este equipo permitirá no solo adaptar las tensiones de descarga de la asociación en serie de las celdas de baterías a los requerimientos del motor eléctrico sino también en sentido opuesto de flujo energético. Para modelar el efecto de este dispositivo se ha hecho uso del mapa de operación con el que se contaba.



**Figura 4.6** Curvas de eficiencia del DC-DC [10].

Una vez más, dado que este dispositivo no está pensado para las potencias envueltas en la operación de aeronaves como las tratadas, se ha decidido escalar el comportamiento de manera que se asume que dicha tecnología es viable y se podría conseguir en un futuro. La potencia máxima que, de acuerdo a su hoja técnica, este dispositivo permitiría trasvasar es de 200kW, siendo su peso de 45kg y el rango de tensiones de entrada de las baterías  $V_{bat} \in (200V, 530V)$  y para el bus que se dirige al motor eléctrico,  $V_{bus} \in (400V, 800V)$ .

Como tal no se incluye en la fisionomía del DC-DC pero toda plataforma híbrida requiere de un cableado eléctrico para permitir la distribución de la energía eléctrica por la aeronave. Los cables de aluminio niquelado han sido ya testados en aplicaciones aeronáuticas y cuentan con una eficiencia de hasta el 98.5 % y  $0.00324 \text{ kg}/(\text{A} \cdot \text{m})$ .



### 4.3 Resultados iniciales de la hibridación

Desde un primer momento es sabido que el objetivo último de este proyecto pasa por lograr un paquete de optimización numérico tal que implementados los modelos de motor tanto eléctrico como convencional pudiese determinar a lo largo de una misión concreta (véase el capítulo 5) el reparto de potencia entre ambos o más bien los flujos que se habrían de establecer para garantizar que se dé respuesta a la demanda de empuje en cada instante. No obstante, como paso previo y con miras a ir validando parte de los códigos que se han ido desarrollando, resulta procedente incluir un apartado en el que desarrollar comentarios y extraer conclusiones acerca de la inclusión de baterías en estas aeronaves, fijando el porcentaje de empuje asociado al apilamiento de baterías y sin entrar, ni mucho menos, en aspectos de optimización. Por simplicidad en los cálculos tampoco se han tenido en cuenta en estas deducciones preliminares la posibilidad de recarga de baterías que, por contra, sí que entrará en juego al optimizar.

Como preámbulo, se introducirán una serie de parámetros con los que ni mucho menos se pretende acotar el rango de estudio de la hibridación, pero al menos sí concretar los valores por los que rondarán los dimensionamientos de baterías para un perfil de misión determinado y deslizar posibles deducciones de la conveniencia que la inclusión del módulo eléctrico tiene en uno u otro tipo de aeronave, las consecuencias en cuanto a consumos, etc.

Puesto que el problema de la hibridación está sujeto a una amplia gama de alcances y repartos de empuje batería-turbina de gas, se ha decidido incluir algunos condicionantes a los resultados extraídos. La masa en baterías requerida aumenta considerablemente conforme lo hace la demanda de potencia a las mismas o el alcance, implicando incrementos másicos del avión al despegue que en ocasiones llevarían a valores de peso al despegue inadmisibles para la plataforma en cuestión. Como herramienta visual para distinguir aquellas soluciones que inferirían en estas condiciones indeseadas, se ha marcado con un '*o*' este tipo de resultados.

$$M_{extra} = \frac{MTOW - (MZFW + M_{fuelmax})}{2} \quad (4.1)$$

$$M_{bat} + M_{fuel} \leq M_{extra} + M_{fuelmax}$$

Con la condición anterior se logra identificar aquellas soluciones para las que la capacidad de carga de pago con máxima carga de combustible es inferior o a lo sumo igual a la mitad de la que habría sin el uso de baterías.

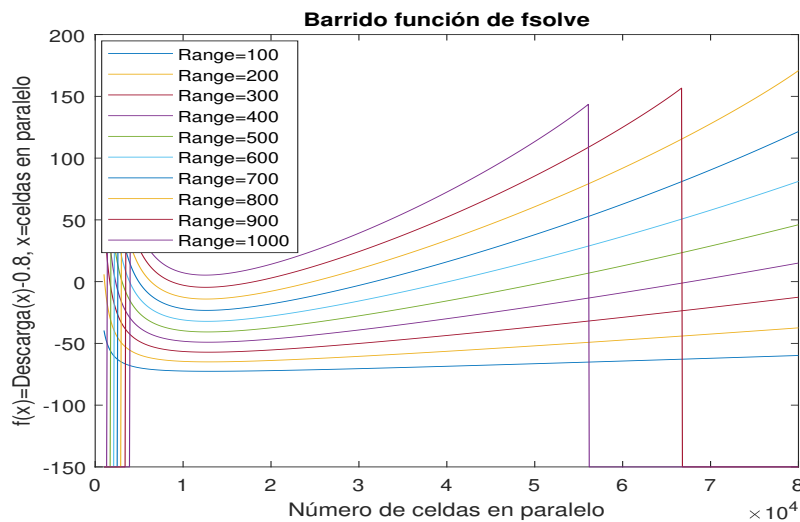
Además, en las gráficas que más adelante se irán introduciendo será posible encontrar otro signo indicativo del tipo '*\**' con el que resaltar las soluciones para las que no se logra convergencia numérica; en la mayoría de los casos se debe a que la masa de baterías a la que se debería llegar es tal que se hace del orden del  $MZFW$  del avión y el iterante inicial que es introducido en el *fsolve* no permite dar con la solución. Para comprobar este comportamiento se ha efectuado un barrido de la ecuación con la que se realiza el dimensionamiento de baterías y se han ido anotando los errores residuales que en cada caso aparecían.

El modo en que se dimensionaba el módulo eléctrico queda recogido en la página 35, si bien, se hará un pequeño recordatorio en este punto. La tensión de suministro al motor eléctrico de las líneas o asociaciones en serie de celdas se fijó a un valor de 270VDC, típico de soluciones modernas en MEA, con el que calcular  $N_{serie}$ . Conocida la potencia que en cada instante se demandaba al motor eléctrico, así mismo lo sería la intensidad que transcurre por cada línea, y con ello y el modelado de descarga, las  $N_{paralelo}$ . La profundidad de descarga quedó fijada a un 80%. Pese a la caída de



la tensión en las celdas al paso del tiempo, la disposición de elementos de electrónica de potencia como un DC-DC permitiría asegurar la tensión fija de cebado al mazo global de salida.

El barrido permitió observar la existencia de un comportamiento parabólico en el sistema de ecuaciones del dimensionamiento, con dos posibles soluciones distintas en ciertos casos en base al iterante inicial proporcionado. Entrando en mayor lujo de detalle, se comprobó el absurdo de una de ellas pues requería de una disminución en el número de celdas en paralelo para terminar con un mayor  $SOC$ , cuando lo lógico sería incrementar los paralelos de baterías, de modo que para una  $P_{bat}$  fijada, la intensidad por línea disminuyese y que  $SOC = SOC_{ini} - \sum I \cdot \Delta t$  resultase mayor. Ello puso en relieve la importancia que la correcta elección de los iterantes iniciales tendría en el posterior desarrollo de programas. En la siguiente gráfica es la rama de la izquierda la de interés práctico y se comprueba como para rangos muy elevados y un nivel de reparto tan exigente como es proporcionar el 50 % del empuje no se converge a cero. Por último, la presencia de verticales, que en un principio parecen carecer de sentido, se debe a que son soluciones con números imaginarios que se han hecho tender a un número muy negativo como es -150 (*MATLAB* por defecto hubiera representado la parte real de estas soluciones).



**Figura 4.7** Barrido de la función  $fsolve$  para dimensionamiento de baterías en el A400M con un reparto de empujes del 50 %.

El párrafo anterior va en sintonía con la necesidad de validar todo código numérico con el que se pretenda modelar un problema de Ingeniería y ser conscientes de los errores numéricos que se están cometiendo a lo largo del proyecto, para en base a ello estimar si las tolerancias de trabajo debiesen ser modificadas.

A continuación, se comenzarán a definir múltiples parámetros con los que se pretende reducir los parámetros de los que depende un problema multivariable como es la hibridación de una aeronave y tratar de extender los resultados obtenidos en los aviones que en este documento se plantean a otras aeronaves con atributos similares, por lo general, en lo que a peso se refiere.

- **Parámetro 1:**

El primero de los parámetros se define como el cociente entre el empuje demandado al inicio del crucero y la masa de fuel y baterías con que el avión habría de partir para ser capaz de cubrir este trayecto. Se ha eliminado la dependencia además con las condiciones de vuelo y se ha considerado una única velocidad y altitud de vuelo para todos los aviones, de modo que

los resultados fuesen comparables entre ellos.

$$P_1 = \frac{E_{dem}(t=0)}{M_{fuel} + M_{bat}}$$

Se aprecia un rasgo común en las gráficas adjuntas y es que un aumento en el reparto de potencia entregado por el sistema eléctrico o del alcance de la misión, derivan en un severo aumento de la masa tanto en combustible como en baterías frente al empuje requerido por la aeronave.

Por otra parte, la penalización en el peso por el hecho de aumentar las exigencias a las baterías alcanza un cierto punto de saturación pues se debe incrementar más la suma de masas para pasar de un 10 % a un 20 % de empuje proporcionado por baterías de lo que se tiene entre un 20 % y un 30 %. Ello sugiere que si se ve factible un alto reparto asociado a las baterías, el rango de posibilidades se amplía notablemente. Otro aspecto a destacar es el carácter asintótico de las curvas con el alcance, de forma que para valores elevados la relación entre empuje demandado y masas en el denominador tiende a un valor constante, hecho positivo siempre y cuando la solución másica del dimensionamiento sea factible.

Haciendo hincapié en la viabilidad de las soluciones por su limitación en peso, es de hacer notar la implicación que la plataforma de aeronave tiene en ello. De hecho, tanto mayor sea el tamaño de la aeronave a analizar, menos traba será soportar estructuralmente el peso del módulo de baterías y mayor será el abanico de alcances posibles. Tal observación puede ser de sumo interés en cuanto a misiones de largo alcance pues no hay un gran incremento de masa de fuel más baterías respecto al de  $E_{dem}(t=0)$ .

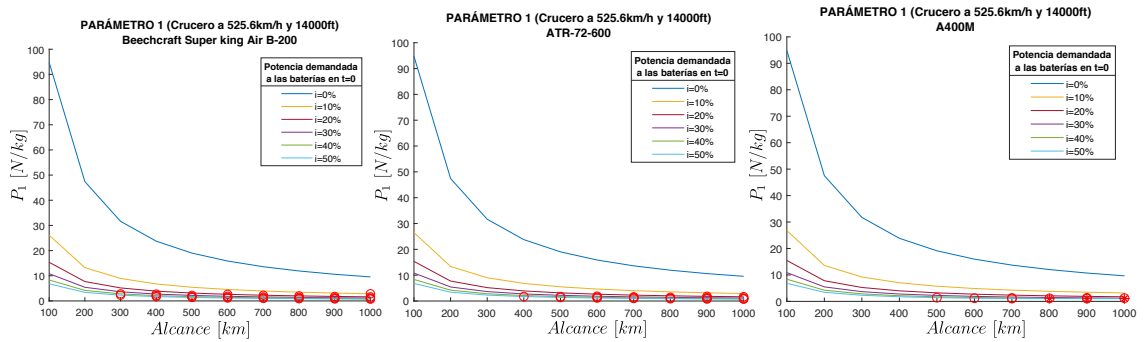


Figura 4.8 Curvas de  $P_1$  frente al alcance para los aviones analizados.

- **Parámetro 2:**

En el caso anterior no se apreciaba con tino el efecto de la masa en vacío del avión. De hecho, pudiera ocurrir que en aviones muy masivos el incremento de masa en baterías pasara desapercibido frente al peso operacional del mismo. Con este objetivo se redefine un nuevo parámetro análogo al anterior pero incluyendo en el denominador el peso operativo.

$$P_2 = \frac{E_{dem}(t=0)}{MZFW + M_{fuel} + M_{bat}}$$

Basta con observar la curva de reparto  $i = 0\%$  para corroborar que una masa más significativa de la aeronave seleccionada hace que el efecto de los incrementos de masa de fuel pasen más inadvertidos y, por tanto, el parámetro tenga una menor pendiente decreciente. La principal

implicación que esto tiene es que aumenta la factibilidad de tener mayores alcances si la plataforma empleada tiene una masa en vacío muy alta por ser el porcentaje que el combustible y las baterías representen menor sobre la masa total de la aeronave. Este hecho que aquí se observa de manera inmediata quedaba camuflado en el primer parámetro, donde pese a que la masa de baterías y carburante viene sin duda determinada por la aeronave escogida, no se apreciaba cuánto representan frente al conjunto, proporcionando valores muy similares en las gráficas de las distintas plataformas escogidas. Se puede afirmar que es este parámetro 2 más útil y concluyente en cuanto a la conveniencia de implementación de las baterías en un cierto tipo de aviones.

En cuanto al decaimiento de la pendiente a medida que aumenta el alcance, ésta no es tan significativa al incluir la masa de la aeronave. Además, es mucho más visual la penalización del reparto ya que hay una mayor divergencia en las curvas.

En relación a otro de los aspectos tratados en el análisis anterior, se ve como el número de soluciones consideradas que están fuera del límite estructural impuesto es mucho mayor en las aeronaves de menor masa y capacidad de transporte de carga, quedando un abanico de posibilidades mucho más estrecho.

Finalmente, el resultado más llamativo es la existencia de extremos relativos para este  $P_2$  como consecuencia de aumentos en el empuje demandado mayores de los registrados en la suma de masas. Ciertamente que dichos mínimos del parámetro 2 se están dando para soluciones que ya quedan fuera de la condición de contorno impuesta por la limitación del peso. Para los repartos donde dicho mínimo no se da, sería necesario estudiar mayores alcances para que con dicho reparto se observe esta característica.

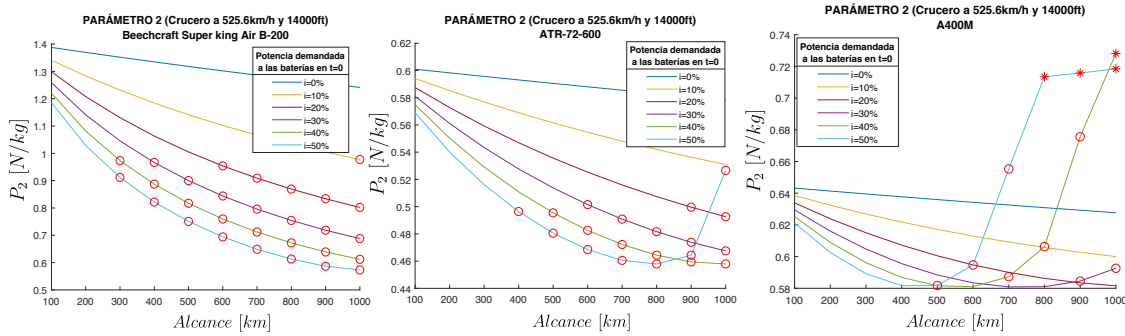


Figura 4.9 Curvas de  $P_2$  frente al alcance para los aviones analizados.

#### • Parámetro 3:

En este tercer parámetro se contará con dos posibles definiciones, siendo ambas adimensionales, lo cual goza de gran rédito al permitir establecer comparativas entre aviones.

$$P_3 = \frac{M_{fuel} \cdot E_{motor} + \frac{M_{bat} \cdot E_{bat}}{0.9}}{M_{ZFW} \cdot \int E_{dem} \cdot V dt}$$

En esta primera definición adoptada se tiene el cociente del producto de las energías proporcionadas por cada uno de los módulos propulsivos, turbina de gas y baterías, por sus respectivas masas (el factor de 0,9 dividiendo en el término de las baterías se debe a las pérdidas que tienen lugar en el intercambio de energía entre el conjunto de células eléctricas

y la planta motora) y el producto de la masa de la aeronave por la energía requerida para lograr la actuación aerodinámica durante el trayecto completo.

A grandes rasgos, se observa en todas y cada una de las plataformas escogidas una tendencia creciente y aproximadamente lineal de dicho parámetro. Como era de esperar, conforme aumenta el alcance mientras que la masa de la aeronave, que se sitúa en el denominador, permanece fija, las masas de batería y fuel claramente aumentarán. Otro fenómeno que contribuye a la progresiva inclinación de las curvas para un valor concreto de reparto, en especial cuando el motor convencional tiene un mayor peso, es el que estas gráficas hayan sido representadas para un vuelo de crucero a velocidad constante, de modo que para largos alcances pese a que el consumo de combustible contribuye a la continua disminución del empuje demandado, el aumento en el tiempo invertido en el vuelo se contrapone, con ello el peso en fuel restante, y explica tal pérdida de linealidad.

Más concretamente, una vez que se ha llevado a cabo el filtro impuesto por las restricciones de peso en las aeronaves, se vuelve a comprobar un mayor abanico de posibilidades para las aeronaves más grandes. El hecho de que haya una tendencia creciente se debe principalmente a la masa de las baterías, ya que aunque la energía aportada por estas, salvo en el caso de reparto 50 %, es menor que la proporcionada por el motor, el término al que multiplica, la masa asociada, sí es mucho mayor. Este hecho hace que haya una tendencia creciente, que además se acentúa a medida que se incrementan los repartos o los alcances. El hecho de adimensionalizar este parámetro con la masa de la aeronave permite que podamos contrastar unas plataformas con otras para mismos repartos y alcances. Acorde a lo que se apreciaba en el parámetro 2, ocurre que una plataforma de mayor masa permite que el incremento másico que supondrían las baterías pase más desapercibido.

En cuanto al valor numérico que el parámetro toma en cada aeronave, pese a ir disminuyendo conforme la envergadura de la aeronave se acrecenta, toma en todo momento valores similares entre sí.

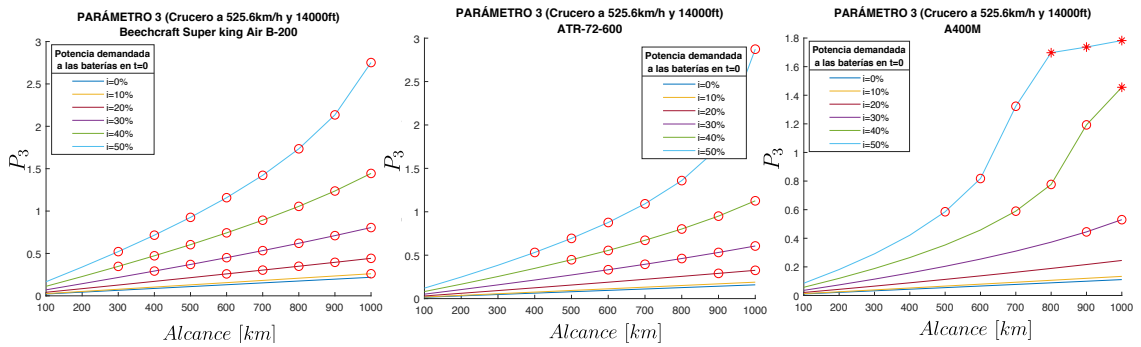


Figura 4.10 Curvas de  $P_3$  frente al alcance para los aviones analizados.

Buscando una visión desde el punto de vista energético/másico, cabe la posibilidad de replantear el anterior parámetro de la siguiente manera.

$$P_3^* = \frac{\frac{E_{motor}}{M_{fuel}} + \frac{E_{bat}}{0.9 \cdot M_{bat}}}{\frac{\int E_{dem} \cdot V}{MZFW}}$$

Ahora se tienen energías específicas en el numerador, mientras que en el denominador se observa el cociente de energía demandada con la masa en vacío de la aeronave. Como principal interés se tiene que sea poca la energía demandada para masas de aeronaves grandes, es decir, interesa tener un denominador lo más pequeño posible. En cuanto al numerador, está claro que el objetivo es que dichas energías específicas sean altas, ya que implica que hay una buena capacidad de proporcionar energía para masas pequeñas de combustible y baterías. En conclusión, este parámetro adimensional interesa que sea lo más grande posible. Si se compara un mismo alcance, igual reparto y plataformas de masa diferente, se observa como cuanto mayor es la aeronave mayor es el parámetro. El hecho de que al aumentar el alcance o el reparto el parámetro decaiga es debido a que la parte eléctrica debe de suministrar unas mayores cantidades de energías y por tanto las masas necesarias serán mayores para poder tener más capacidad. En vistas al futuro interesaría que las relaciones específicas de las baterías fueran altas y no se diera este comportamiento decreciente tan acusado.

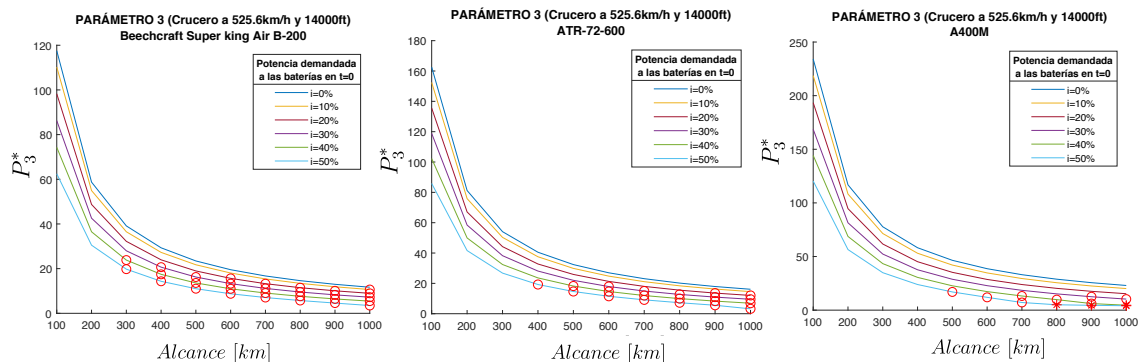


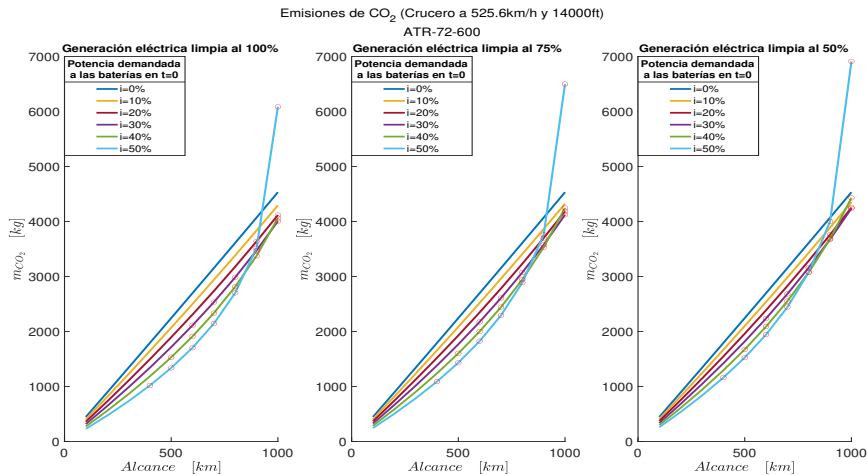
Figura 4.11 Curvas de  $P_3^*$  frente al alcance para los aviones analizados.

Como conclusión a los parámetros introducidos para el análisis de un modo más abstracto de la hibridación, se extrae fundamentalmente como el contar con aeronaves de grandes dimensiones y, por ende, pesos en vacío amplía sobremanera la capacidad de portar baterías y las posibles combinaciones de repartos de empuje y alcances, todo ello en base a que el efecto de aumentar el peso del módulo eléctrico se hace menos perceptible. Sin embargo, este tipo de estudio no ha tenido en cuenta el funcionamiento interno de las baterías el cual será altamente dependiente de las potencias exigidas. Éstas además de depender del grado de hibridación serán función de la aeronave; no hay más que pensar que fijada una envolvente de vuelo las demandas de empuje serían conocidas en todo instante. La aparición de exigentes peticiones de potencia a las baterías derivan en intensidades elevadas y, de acuerdo al modelo de descarga empleado, en soluciones en algunos casos imaginarias. Todo ello viene a plasmar el que, a pesar de la menor implicación de las baterías en el peso de plataformas como el A400M, el grado de madurez de las baterías actualmente presentes en el mercado se adecúa en mayor medida a las condiciones de trabajo para aeronaves de un menor tonelaje. En definitiva, es este el motivo principal de que las aeronaves híbridas, y con más razón eléctricas, que han sido llevadas a mercado se correspondan con UAVS o aeronaves de escasa capacidad de carga de pago y pocas horas de autonomía de vuelo.

A continuación, se tratará de profundizar y cuantificar en cierto modo el efecto que la inclusión de fuentes de energía alternativa tales como las baterías conlleva en lo que a emisiones de  $CO_2$  a la atmósfera se refiere. En este sentido, se ha de hacer notar como las tendencias de la generación híbrida y eléctrica globalmente extendidas hoy en día, se fundamentan en el intento por parte de los diferentes gobiernos y grandes multinacionales por mitigar las emisiones de  $CO_2$  a la atmósfera y en cierto modo paliar las consecuencias que la acción del hombre ha venido acarreado sobre el

medio ambiente. Se contemplarán los efectos que la inclusión del aporte eléctrico tiene en función del reparto de potencias y la plataforma de aeronave escogida.

En primer lugar, se incluyen unas gráficas del tipo kilogramos de  $CO_2$  emitidos frente a alcance (km), considerando distintos repartos de empuje. En lo que a las emisiones de  $CO_2$  respecta se considerarán además tres posibles alternativas: que la potencia proporcionada por las baterías sea de una naturaleza completamente limpia y, por ende, no se generen emisiones contaminantes durante la producción de la energía con que las baterías hayan sido cargadas, que la producción de tal energía eléctrica pueda ser considerada limpia en un 75 % o bien en un 50 %. La expresión anterior de que la generación de la energía con que se cargan las baterías sea limpia en un cierto porcentaje viene a hacer referencia al hecho de que en la obtención de tal energía puede haberse hecho uso de ciertas actividades que implican el uso de una porción de combustibles fósiles, con los efectos contaminantes que ello conlleva. En cuanto al cálculo numérico de las emisiones de  $CO_2$  asociadas a las baterías se ha empleado como base de documentación un archivo redactado por el propio Gobierno en el que se recogen las emisiones que, en término medio, las principales compañías eléctricas españolas generan por cada  $kW/h$  generado.



**Figura 4.12** Emisiones de  $CO_2$  como función del alcance en el ATR-72.

En lo que a las emisiones de  $CO_2$  respecta, de nuevo se hacen palpables una serie de rasgos comunes a las diferentes aeronaves consideradas. Las curvas de emisiones de  $CO_2$  que inicialmente parten con una tendencia aproximadamente lineal en el caso de que las baterías no proporcionasen potencia alguna (reparto del 0 %), se va perdiendo conforme la importancia relativa de las baterías en la generación de potencia se ve incrementada.

Otro aspecto revelador puesto a la luz con estas representaciones es que existen valores de alcance a partir de los que la tendencia que a priori se espera de estas curvas (aumento del  $CO_2$  emitido conforme aumenta el alcance de la aeronave y disminución de las emisiones al acrecentar la importancia relativa de las baterías) se ve invertida. Los puntos de corte de curvas con un menor valor de reparto con curvas con un  $i$  mayor son sin lugar a duda puntos de gran importancia en lo que se refiere a la elección de la plataforma idónea de cara a la implementación de una planta híbrida de potencia. Estos puntos, a grandes rasgos, determinan que a partir de dicho valor de alcance, el aumento de la proporción de potencia de naturaleza eléctrica ni mucho menos supone beneficio alguno de cara a conservar el medio ambiente. Por contra, la masa de  $CO_2$  emitida a la atmósfera se ve aumentada pese a aumentar el número de baterías, lo cual puede asociarse al hecho de que el aumento de masa correspondiente es tan sumamente abultado que pese a tratarse de una

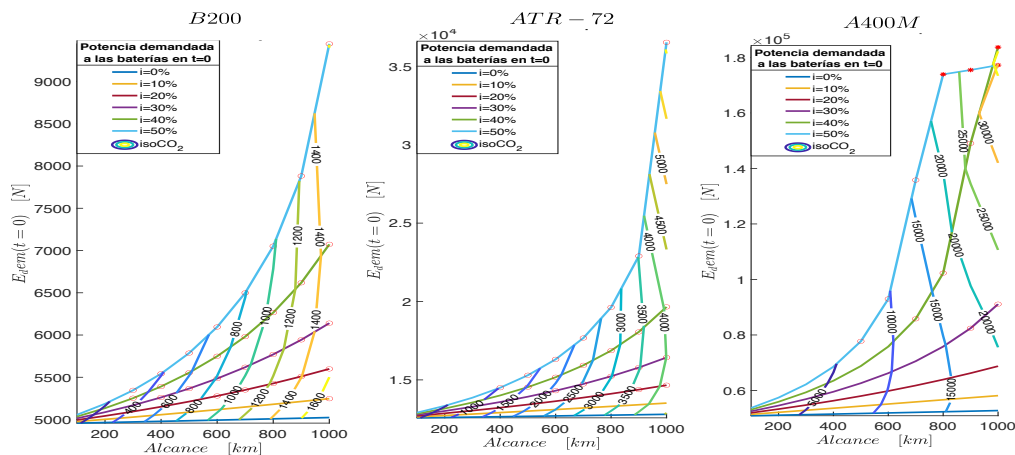
configuración en principio más eléctrica, la potencia a proporcionar por el motor resulta ser superior. Es importante recalcar además (se explicará con más detalle a posteriori) que algunos puntos finales de las curvas para repartos elevados no resultan del todo fidedignos debido a la imposibilidad de resolver la pertinente ecuación no lineal del problema para tales condiciones.

Si se compararan las gráficas para las distintas aeronaves bajo análisis, cabe destacar como los cruces entre curvas se producen cada vez para un alcance menor y en mayor número cuanto mayor es el peso de la aeronave en cuestión. En cualquier caso, sí que es cierto que las masas de  $CO_2$  emitidas son superiores en una aeronave del tamaño del A400M que en el caso del B-200.

Se puede apreciar el que la divergencia inicial entre las curvas de reparto para pequeños valores de alcance se va viendo disminuida conforme crece la distancia a recorrer, en otras palabras, la cantidad de  $CO_2$  no emitido como consecuencia de un aumento del reparto de energías comienza a ser menos efectiva para mayores alcances. Por lo que, teniendo en cuenta los parámetros anteriores, dado que la penalización en peso debido a incrementar el reparto es importante, todo hace pensar que la balanza queda decantada hacia alcances pequeños y con un reparto tal que el aumento en masa de baterías resulte atractivo de cara a la disminución de emisiones. Dicha solución también iría de la mano con el hecho de que una demanda considerable en pequeños rangos para las baterías, supondría un incremento importante en las intensidades demandadas, con ello un aumento de las secciones de los cableados y, en definitiva, del peso.

Además, si el objetivo fuera conseguir las mínimas emisiones posibles, sería conveniente que la recarga inicial de las baterías se produjese con energías de naturaleza renovable. No obstante, se ha de tener en mente la posibilidad de recargar las baterías en vuelo y es que, pese a que ello supondría que la energía con que las baterías son realimentadas es de carácter contaminante, la masa de baterías requeridas se vería disminuida y el empuje demandado de manera global por el avión también lo haría.

Por ultimo, se incluirán una serie de representaciones gráficas en las que se muestran empuje frente a alcance en curvas de iso-reparto, y sobre ellas curvas de nivel del tipo iso- $CO_2$  que permitirán determinar distintas combinaciones de reparto y alcance que proporcionan masas de contaminantes emitidas coincidentes.



**Figura 4.13** Curvas de iso- $CO_2$  en una gráfica del tipo empuje demandado en crucero frente al alcance para los distintos aviones con carga inicial de baterías 100 % limpia.

Uno de los puntos de principal interés a extraer a partir de estas representaciones recae en la detección de aquellas combinaciones de alcance y reparto en las que la tendencia a la disminución



de la masa de  $CO_2$  emitida conforme crece la importancia de las baterías se ve invertida. Este punto puede ser detectado en las gráficas como aquel en que las curvas de iso- $CO_2$ , partiendo desde la curva de  $i = 0\%$ , dejan de ver aumentado el alcance asociado a esa masa de  $CO_2$  para un mayor valor del reparto.

Las curvas de nivel de  $CO_2$  emitido se encuentran tanto más cercanas entre sí cuanto menor es el tamaño de la aeronave, lo cual viene a ilustrar el que las disminuciones que en términos absolutos se obtienen al modificar los parámetros de la plataforma híbrida son de menor valor. Por tanto, estas representaciones de nuevo constatan la conveniencia de aviones de la talla del A400M, por ejemplo, si se pretenden obtener reducciones de emisiones muy notorias.

Como último apunte, mencionar el que al variar la consideración acerca de la naturaleza de la obtención de la energía con que las baterías han sido cargadas, las curvas empuje-alcance evidentemente se mantienen inalteradas y son las curvas de nivel las que experimentarían los cambios propios de la multiplicación por un cierto factor con respecto a la configuración totalmente limpia.



## 5 Perfiles de misión

---

En el capítulo 1 ya quedó recogida una pequeña introducción del tipo de misiones que se pretendía cubrir con las diferentes aeronaves seleccionadas. Los diferentes segmentos de vuelo que componen estas misiones han sido variados en cuanto a ligaduras de vuelo, y también en lo que respecta a la secuenciación de los mismos, con el objetivo de tratar de emular con la mayor fiereza posible los datos de despegue y aterrizaje recogido en los manuales de vuelo de alguna de las aeronaves, así como velocidades típicas en crucero para diferentes configuraciones de peso y altitudes. Además, se ha tenido como respaldo la web de [Flight Radar](#) para tener una idea más certera de perfiles de vuelo de aeronaves similares y con alcances semejantes.

### 5.1 B200

En primer lugar, se detallarán los perfiles de vuelo del avión de menor tamaño de entre los seleccionados, el Beechcraft B200, una aeronave diseñada para trasladar pocos pasajeros en vuelos de carácter fundamentalmente privado y en ocasiones empleada en misiones de vigilancia marítima. Se trata de un avión con gran versatilidad en cuanto al rango de vuelos a cubrir, lo que da pie a plantear dos posibles envoltentes.

#### 5.1.1 Perfil de misión 1

La primera de las misiones busca cubrir mayormente vuelos de carácter privado de corta duración y, por ende, alcance entre destinos regionales o bien dentro de un mismo archipiélago como ocurre en las Islas Canarias o en las Azores pues se ha particularizado para un alcance de unos 100 km. Por tratarse de vuelos donde el tiempo de crucero es relativamente bajo, las cotas a las que se efectúan quedan bastante lejanas al techo teórico de la aeronave.

En cuanto a la incorporación de la plataforma híbrida en el desempeño de la aeronave, esta tipología de vuelos de corto alcance son ideales para un dimensionamiento de baterías tal que permita cubrir buena parte del crucero proporcionando un porcentaje considerable de la potencia demandada. Al menos a primera vista, todo hace parecer que este tipo de perfil será menos atractivo para acometer la recarga de baterías en vuelo y es que, en primer lugar, la duración del vuelo no es tal como para asumir que podrán llegar a alcanzar la tensión nominal de nuevo y, por otra parte, el dimensionado inicial de apilamiento de baterías se asume dará respuesta a la mayor parte del vuelo sin necesidad de recarga. Se trata en resumidas cuentas de un perfil de vuelo con un segmento de subida hasta la altitud de crucero (3000 ft), un crucero que cubre gran parte del rango completo de la misión y un descenso hasta nivel del mar. Pese a que la misión ha sido inicialmente ideada para

despegues y aterrizajes a nivel del mar, acorde a su aplicación en vuelos insulares, ello no quita el que se pueda implementar en vuelos que partan de aeropuertos a mayor altitud, suponiendo ello en todo caso una variación de los valores de densidad.

En el siguiente gráfico se aprecian de manera conjunta el perfil de vuelo entendido como la representación altitud (en pies) frente a distancia, el empuje demandado y la velocidad de vuelo también como función de la distancia recorrida.

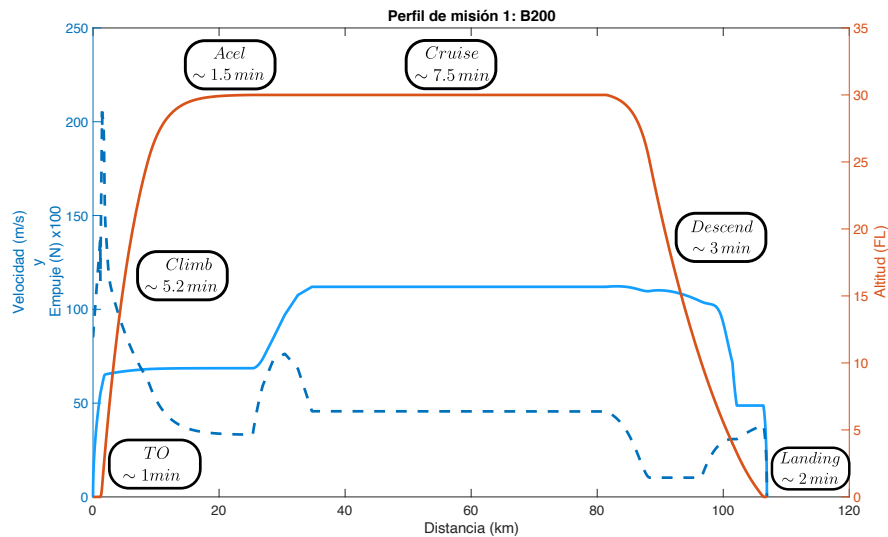


Figura 5.1 Perfil de misión 1 para el B200.

### Despegue

En este primer segmento de despegue, se observa un más que notorio incremento del empuje demandado, siendo su valor hasta 4.5 veces superior al requerido durante el crucero. Este hecho no será exclusivo de esta misión, y es que en el despegue se registran siempre las mayores demandas de energía por contar el avión con el mayor peso de combustible abordo, estar actuando a la mayor densidad de entre las que se enfrente y requerir acelerar hasta valores acordes que permitan iniciar la subida de la aeronave. En concreto, este despegue se ejecuta con una distancia de rodadura de 1156 m y logrando superarse el obstáculo de 35 ft, que por normativa marca el fin del despegue, tras 1330 m. El ángulo de subida con que se finaliza la fase de flare o redondeo es un parámetro de control por parte del diseñador de la misión y que en cualquier caso será entrada al pertinente programa de "Take\_off", habiendo sido fijado a 10° para este caso.

### Ascenso

Una vez ejecutada la maniobra de despegue, la fase de ascenso se compone de dos subidas entre las que varían las ligaduras de vuelo a imponer. La primera de ellas lleva a la aeronave hasta los 2500 ft y es tal que permite ir reduciendo la aceleración del avión de manera progresiva entre el valor con que se acaba el despegue y la correspondiente a la segunda subida, que se ejecutará a velocidad equivalente constante. Esta primera subida responde a la ley sigmoideal definida para  $\frac{dV}{dh}$  en la página 17. En el ascenso se registra un evidente descenso de la demanda de empuje como consecuencia entre otros factores de la disminución en la aceleración, la caída de la densidad y, en definitiva, de la resistencia. Al igual que en la ligadura de  $\frac{dV}{dh}$ , se impondrá una ley sigmoideal para modelar la

retracción de los dispositivos hipersustentadores y el tren de aterrizaje en los primeros instantes del segmento, que tienen sin duda alguna una clara correlación con el descenso de resistencia. Con este modelado se logra sin embargo una cierta continuidad en la variación del coeficiente de resistencia parásita,  $C_{D_0}$ , que de otro modo tendría aspecto de función escalón.

Durante los tramos de subida también se modifica el ángulo de asiento de la velocidad de acuerdo a una ley lineal, de manera que al final de la subida se llegue únicamente con componente horizontal de la velocidad, es decir, con  $\gamma = 0$  (por incluir el sistema de ecuaciones diferenciales términos con  $\tan\gamma$  en el denominador se ha optado por sustituir este valor nulo por  $\gamma \approx 0.001^\circ$ , de modo que no se obtengan incongruencias). En la primera subida, se pasa de un ángulo de subida de  $10^\circ$  con el que se finaliza el despegue a uno de  $3^\circ$ . Finalmente, durante los últimos 500 ft de subida a velocidad equivalente constante se reduce dicho ángulo de subida de manera que en efecto la aeronave acabe con vuelo horizontal. En cuanto a la velocidad se aprecia que el aumento experimentado es poco notorio al menos para la escala en que se muestra el diagrama, siendo mucho más apreciable el claro descenso del empuje, que en la segunda de las subidas llega a tomar un valor inclusive inferior al que se obtendrá en crucero. Ello probablemente dé pie a que una buena parte del empuje, por ser de menor cuantía, esté siendo proporcionado por los módulos de baterías y con ello reducir las exigencias al motor térmico a las que sí que se enfrentará en el posterior segmento.

### **Aceleración**

Con el fin de adecuar el régimen de vuelo a las velocidades de crucero se ejecuta una aceleración, ya que la subida a velocidad equivalente implica aceleraciones pequeñas si la diferencia de cota con el nivel del mar es baja. Se impone una ley cuadrática de aceleración con un valor máximo de  $0.7\text{ m/s}^2$  hasta alcanzar con aceleración nula la velocidad de crucero  $V = 112\text{ m/s}$ . Durante este segmento, como era de esperar, se producirá un aumento de las necesidades de empuje, que pese a quedarse bastante lejos de los valores alcanzados en despegue, llega a ser de en torno a 1.5 el empuje en crucero.

### **Crucero**

Tras la fase de aceleración se lleva a cabo el segmento de crucero a velocidad y altitud constantes ( $V = 112\text{ m/s}$  y  $h = 3000\text{ ft}$ ). Tanto la velocidad como la altitud han sido escogidas a partir de rastrear una serie de vuelos entre las Islas Azores que podían adecuarse en gran medida a las propiedades de la misión descrita. La disminución de empuje consecuencia de la bajada de peso, aunque evidentemente se da, no se aprecia con nitidez con la escala presentada en el diagrama.

### **Descenso**

El segmento de descenso se divide a su vez en tres etapas, durante las cuales se va modificando el nivel de empuje demandado a la aeronave de manera que se consiga una deceleración progresiva para la aproximación y la fase de aterrizaje.

Durante la primera fase del descenso el empuje demandado se disminuye hasta valores de un 5 % el empuje máximo en despegue. Este nivel de empuje se mantendrá durante la segunda fase según se descende hasta que se llega a altitudes de 1000 ft donde el aumento de la resistencia debido a la densidad junto al comienzo de despliegue de flaps y la reducción del ángulo de descenso obligan a aumentar las exigencias de empuje a un 15 %, de manera tal que se garantice completar la misión en la distancia establecida.

La primera fase de descenso se realiza durante 500 ft y en ella se varía el ángulo de descenso desde un valor nulo correspondiente al crucero hasta un valor de  $4^\circ$ . Este ángulo de descenso debe ser moderado pues a mayor ángulo mayor valor de aceleración, corriéndose el riesgo de sobrevelocidades o llegados a un cierto punto, la imposibilidad para frenar la aeronave en altitudes próximas a las de aterrizaje. Durante la segunda fase de descenso, se baja a 1000 ft, disminuyendo dicho ángulo para evitar las aceleraciones mencionadas hasta unos  $2.5^\circ$ . Finalmente, en la última etapa del descenso se despliegan flaps y se adapta el ángulo de descenso de manera que se alcance el aeropuerto de destino según la distancia a la que éste se encuentre. A partir de esta fase, cuando la aeronave se encuentra a 400 ft del suelo se despliega el tren de aterrizaje, también mediante una ley sigmoïdal, y se inicia la siguiente maniobra.

### Aproximación y aterrizaje

La fase final se inicia con un segmento de aproximación donde la demanda de empuje se mantiene y la aeronave con el tren de aterrizaje desplegado decelera hasta velocidades de  $1.1 \cdot V_{stall}$ , con las que ejecutar el aterrizaje. Se requiere en cualquier caso de una eventual fase de flare con la que disponer el avión en vuelo nivelado y que se traduce en un cierto incremento del empuje. Por último, una vez se toca tierra, se hace tender a cero el empuje de los motores de manera que se minimice en la medida de lo posible la distancia de frenada, logrando una distancia recorrida en pista de unos 600 metros.

Como apunte a los resultados obtenidos en la realización de esta misión, en los que aún no se ha incluido la contribución de las baterías, se debe destacar un consumo de combustible de 120.11 kg. A partir de bibliografía contrastada como es [?] se ha extraído que el consumo de combustible para el B200 ronda las 900 lbs/h (se necesitarían  $\sim 135$  kg de fuel) a máxima potencia de crucero con una densidad correspondiente a 3000 ft. En definitiva, el valor extraído dota de credibilidad al modelo de motor implementado con el que calcular el consumo de combustible del B200.

El modelo de motor codificado permite asimismo el cálculo de la masa de los distintos gases contaminantes emitidos a la atmósfera a lo largo del vuelo. Si se centra la atención en uno de los principales responsables del calentamiento global, el  $CO_2$ , resultan 326.07 kg de este gas en toda la misión. Se estima que las emisiones de  $CO_2$  a consecuencia del combustible de aviación guardan un ratio de 3.15:1 respecto a los kilogramos de fuel consumidos, dato que resultaría en unos 370 kg de  $CO_2$ , no muy alejados del valor exacto tras resolver la misión completa.

Este perfil de vuelo es aplicable a diferentes rangos, y es que pese a ser particularizado para una misión de 100 km, es fácilmente extensible a vuelos de alcances mayores como 150 km o 200 km, en los que en cualquier caso el extra de distancia se añadiría al segmento de crucero.

### 5.1.2 Perfil de misión 2

La principal diferencia con respecto a la misión mostrada con anterioridad recae en la altitud de crucero a la que se ejecutan estos vuelos. Esta segunda misión está ideada para dar respuesta a vuelos de mayor rango que permitiesen conectar ciudades de la Península como ocurre en los trayectos Madrid-Barcelona o Málaga-Madrid, con distancias que rondan los 300 a 600 km, y que usualmente son realizados a un mayor "Flight Level".<sup>1</sup>

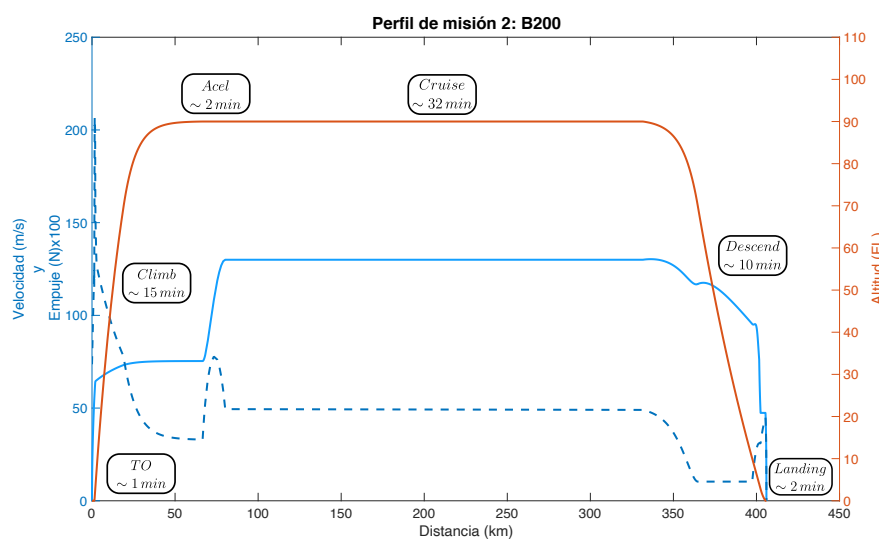
<sup>1</sup> Se denomina nivel de vuelo (FL (Flight Level) por sus siglas en inglés) a la altitud a la que vuela una aeronave calculada con respecto a la presión a nivel del mar. Se usa en el control del tráfico aéreo para organizar en aerovías. Por ejemplo, un avión volando a 10.256 metros (33.650 pies) se encuentra en el nivel de vuelo 336.

En cuanto a los segmentos que componen el perfil, no se diferencian en gran medida, más allá de variaciones en los ángulos de subida y descenso, así como las altitudes a las que se ejecutan aceleración y crucero o la magnitud de las velocidades, que sea como fuere permitan obtener un vuelo fidedigno al que en la realidad correspondería a esta aplicación y alcance. La distancia de despegue se mantiene prácticamente inalterada. En este sentido es digno de mención la metodología empleada a la hora de determinar el peso en despegue de la aeronave. Se cuenta con información acerca del denominado "Maximum Zero Fuel Weight" de cada una de las aeronaves, entendido como el peso máximo permitido antes de que el combustible y otros agentes utilizables especificados se carguen en secciones definidas de la aeronave según lo limitado por los requisitos de resistencia y aeronavegabilidad. A partir de estos datos y gozando del peso en baterías requerido para completar la misión que de manera numérica se determinará, se calculará el peso destinado a combustible de modo que la suma de fuel, baterías y la aeronave en vacío equivalga al MTOW del correspondiente avión. Bajo estas condiciones se garantiza el que el peso de combustible quede por debajo de  $M_{fuel_{max}}$ .

$$M_{fuel} = MTOW - M_{bat} - MZFW \quad (5.1)$$

Bajo este procedimiento se garantiza también que las velocidades durante el aterrizaje no se vean modificadas en función de variar el alcance del vuelo, pues ello se traduciría en cambios de la carrera de despegue e incompatibilidades con las posteriores ligaduras. El incorporar masa de combustible por encima de lo que se requerirá puede asumirse que en la práctica estaría repartido entre fuel y carga de pago hasta alcanzar ese MTOW. Para el aterrizaje sí que se logra una leve reducción de la distancia de frenada en comparación con la primera misión ya que el consumo de combustible será mayor y por tanto la capacidad de frenado se ve favorecida.

En este perfil de misión el crucero se efectúa a una altitud de 9000 ft, ya que al ser un vuelo de mayor rango se dispone de mayor tiempo para realizar las subidas y las bajadas. El combustible consumido para cubrir la misión con un alcance de 400 km ha sido de 367.69 kg, emitiendo a la atmósfera 970.94 kg de  $CO_2$  en el cómputo global. A continuación se muestran los resultados de dicho perfil de misión.



**Figura 5.2** Perfil de misión 2 para el B200.

## 5.2 ATR-72

En lo que al ATR-72 respecta, el procedimiento a seguir para la definición de los perfiles de misión resulta ser completamente análogo al seguido para el B200. En resumidas cuentas, constan de un segmento de despegue, seguido de una subida segregada en etapas con las que se disminuye la aceleración y que permiten alcanzar por últimas la altitud de crucero a velocidad equivalente constante. De manera previa al crucero aparece una fase de aceleración que permite adecuar las velocidades a valores adecuados para este tipo de avión, para a continuación iniciar el segmento de descenso fijando unos porcentajes de empuje como se hizo ya para el B200 y finalmente dar paso al aterrizaje.

La mayor versatilidad del ATR-72 como aeronave civil, pues permite cubrir vuelos desde corto a medio alcance, da pie a la definición de tres tipos de misiones que tratarán de cubrir el abanico de posibilidades. La segunda de ellas se ajusta a vuelos de muy corto alcance (similar al primer perfil de vuelo en el B200) con los que unir puntos geográficos entre islas a distancias de unos 100 km, contando en este caso con un crucero a una cota de 4500 ft. El último de los perfiles busca asemejarse en mayor medida a los que en la práctica siguen las aerolíneas que disponen de esta aeronave para unir puntos separados unos 200 km, este es el caso de los trayectos Lanzarote-Las Palmas de Gran Canaria ( $\sim 291\text{ km}$ ) o Lanzarote-Tenerife ( $\sim 274\text{ km}$ ), con cruceros a 9000 pies de altitud. El primero de los perfiles de vuelo a analizar es asimismo el de mayor alcance, del orden de 500-800 km, como los que permitirían cubrir la ruta Canarias-Casablanca o Sevilla-Madrid, y que posibilita el extender el crucero a altitudes bastante mayores con el beneficio que ello conlleva para la resistencia y, por ende, el consumo de combustible.

Pese a las similitudes que pudiesen apreciarse entre las misiones definidas para B200 y ATR-72, la diferencia fundamentalmente en cuanto a peso de ambas aeronaves posibilita sin duda alguna la realización de análisis comparativos en cuanto a los resultados obtenidos con la introducción de baterías y como el dimensionamiento de la plataforma híbrida se ve afectada por el modelo de avión en el que acaba siendo implementada.

En este apartado se optará por una discusión algo más profunda del primero de los perfiles de vuelo, entrando a discutir aspectos de sus distintos segmentos, en tanto que los otros dos restantes serán comentados brevemente pues la mayoría de comentarios se podrían hacer extensibles, a excepción de velocidades típicas y cotas de vuelo.

### 5.2.1 Perfil de misión 1

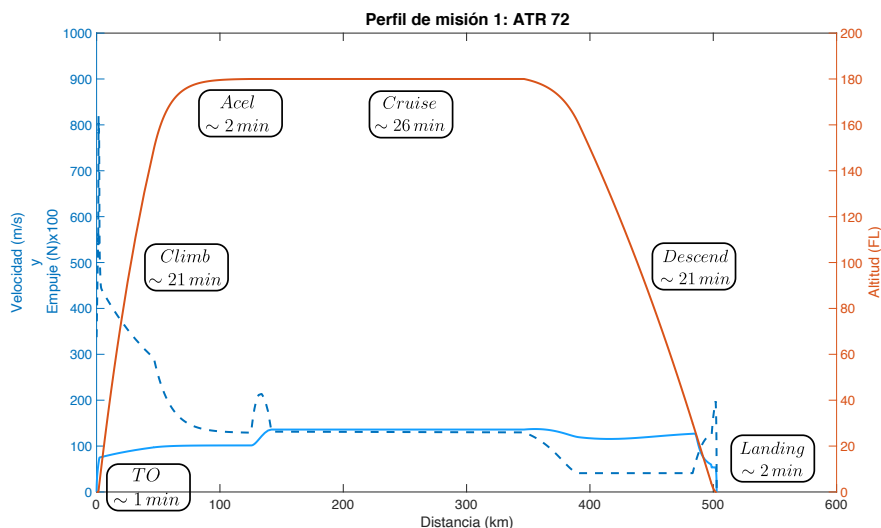


Figura 5.3 Perfil de misión 1 para el ATR-72.

#### Despegue

El despegue del ATR-72 responde a unos valores característicos muy similares a los comentados para el B200, y es que la distancia de rodadura en tierra es de unos 1300 m, siendo 1500 m la distancia necesaria para superar la altura de 35 ft. Al igual que ocurre para el resto de aeronaves, es este el segmento de vuelo con unas mayores demandas de empuje, que llega a ser de 6.2 veces el demandado en crucero. La fase de redondeo finaliza con un ángulo de  $8^\circ$  pues se ha comprobado que es aquel para el que garantizando las restricciones en cuanto a aceleraciones y subida, permite obtener un empuje de menor valor.

#### Ascenso

Una vez superado el obstáculo ficticio de los 35 ft, se inicia la fase de subida con la retracción de los dispositivos hipersustentadores y tren de aterrizaje. Todo ello va acompañado de una progresiva reducción del ángulo de asiento de la velocidad hasta los  $4.5^\circ$  (se reduce el exceso de empuje frente a la resistencia) así como de la aceleración con la consiguiente disminución de la demanda de empuje. El ascenso lleva a la aeronave hasta los 15000 ft.

Alcanzada dicha cota, se disminuye paulatinamente el ángulo de ascenso de modo que la aeronave se adapte a condiciones de vuelo horizontal y nivelado pero subiendo en altitud bajo un régimen de velocidad equivalente constante. En el gráfico pertinente se puede observar que la demanda de empuje en este tramo es relativamente baja dentro de la misión completa.

Para los restantes perfiles de vuelo el procedimiento de "climb" es muy similar, al menos prácticamente igual en cuanto a ángulos, estando las modificaciones más asociadas a cambios de cota.

#### Aceleración

El siguiente segmento es una fase de aceleración con la que se logra alcanzar régimen de crucero con una ley de aceleración cuadrática que partiendo de la aceleración procedente de la subida y con un valor máximo de  $a = 0.4 \text{ m/s}^2$ , permita llegar a la velocidad de crucero de  $V = 146 \text{ m/s}$  con

aceleración nula. Durante este segmento las exigencias de potencia aumentan considerablemente aunque la duración es relativamente pequeña.

### **Crucero**

El segmento de crucero, aún más en vuelos de mayor alcance como el descrito, ocupa la inmensa mayoría del tiempo de vuelo pues es a tales niveles de altitud y con condiciones de velocidad constante cuando se logra reducir el empuje. En este tipo de vuelos de mayor duración, las celdas de baterías contarán con mayores exigencias por la posibilidad de acabarse por capacidad y será muy conveniente el tener en consideración la posibilidad de recarga de baterías para garantizar que se pueda cubrir una mayor parte del perfil obteniendo flujo de energía de naturaleza eléctrica.

### **Descenso**

Seguidamente al crucero, se inicia el proceso de descenso. Al igual que como se efectuó con anterioridad, éste se separa en tres etapas. Durante la primera etapa se incrementa el ángulo de descenso hasta valores de unos  $2.5^\circ$ . Tras reducir el régimen del motor, se realiza un tramo de descenso manteniendo dicho porcentaje de empuje, en torno al 5 % del empuje máximo al despegue, y se realiza un aumento del ángulo de descenso a unos  $4^\circ$ . Finalmente, a cotas de 3000-1500 ft, en función de la misión, se determina el ángulo de descenso para alcanzar el aeropuerto de destino. Durante este segmento se requiere aumentar el aporte de empuje para efectuar el redondeo a la vez que comienzan a desplegarse los flaps en configuración de aterrizaje.

### **Aproximación y aterrizaje**

Manteniendo el ángulo de descenso del último tramo durante la aproximación, el cual ronda los  $3^\circ$ , se produce el despliegue del tren de aterrizaje a la vez que se va decelerando hasta alcanzar velocidades típicas para tocar tierra. Durante la fase de flare en el aterrizaje, debido a la necesidad de hacer nulo el ángulo de descenso se aprecian aumentos del empuje necesario, para posteriormente disminuir éste hasta cero, una vez se toca tierra y se accionan frenos. La distancia de frenada en tierra resulta ser de 793 m.

Estableciendo una comparativa con la segunda de las misiones realizadas para el B200, en la que se hizo uso de casi 400 kg de combustible para 400 km de vuelo, en esta misión con la que se han cubierto 500 km de distancia, el consumo de fuel asciende a 1283.46 kg. Teniendo en cuenta que la duración del vuelo es de  $1h\ 13min$  y que el consumo de fuel de un ATR-72 en vuelo de crucero es de  $762\text{ kg/h}$ , cabría esperar un consumo de unos 915 kg. Sin embargo, se ha de recalcar el que el gasto másico de fuel obtenido a partir de bibliografía contrastada es un valor medio correspondiente a condiciones de crucero y en ningún caso tiene en consideración las más que elevadas demandas existentes en otras fases de la misión como el despegue y que contribuyen a la diferencia en estimación de fuel necesario. Considerando únicamente la contribución al consumo del crucero se obtiene que son necesarios para esta misión concreta aproximadamente 470 kg, frente a los en torno a 400 kg que se requerirían en condiciones de crucero a óptimo FL y velocidad. A pesar de que existe una cierta diferencia de valores, asumiendo que la altitud a la que se efectúa la misión no es la idónea y que los coeficientes de resistencia que participan en la polar de la aeronave son meras estimaciones, los resultados obtenidos pueden aceptarse como válidos.



### 5.2.2 Perfil de misión 2

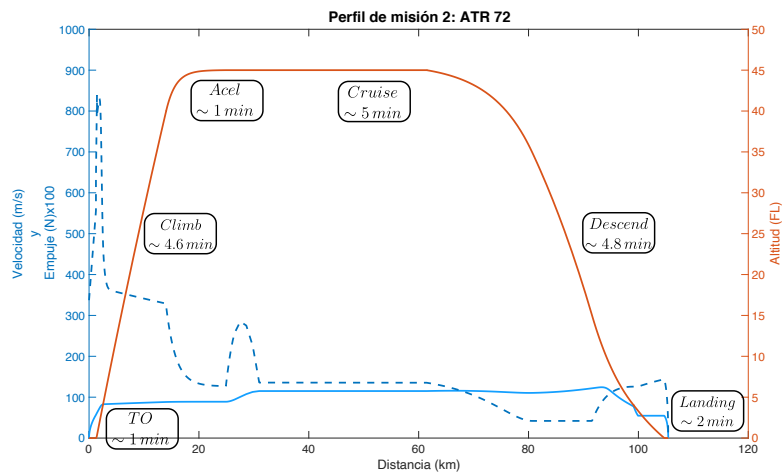


Figura 5.4 Perfil de misión 2 para el ATR-72.

Con el objetivo de cubrir perfiles de misión muy cortos, donde el tiempo disponible para subida y descenso es escaso, se diseñó este perfil de misión, el cual sube hasta cotas de vuelo de 4500 ft, similar a los perfiles de vuelo que siguen las aerolíneas cuando los puntos de partida y destino están considerablemente cercanos, siendo el caso de los vuelos entre islas en el archipiélago de las Azores.

### 5.2.3 Perfil de misión 3

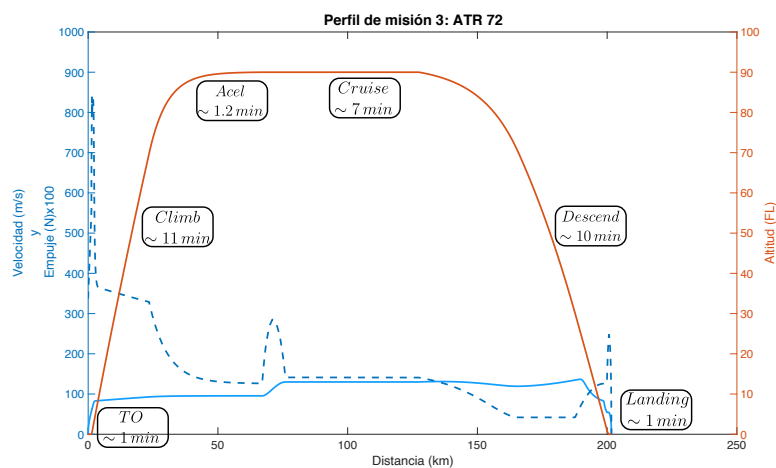


Figura 5.5 Perfil de misión 3 para el ATR-72.

En este caso el perfil de misión es similar al seguido entre las Islas Canarias, con una cota de crucero a 9000 pies de altitud en base a los perfiles que se pueden observar con la aplicación de [Flight Radar](#).

### 5.3 A400M

El A400M, como avión de transporte militar de largo alcance que es, se analizará bajo una misión con rangos de distancias bastante más elevados que los hasta ahora considerados. Además, el que se trate de una aeronave con gran capacidad de carga permite agrandar las posibilidades de dimensionamiento de baterías y cómo el posterior proceso de optimización determine hacer uso de las mismas en cada instante.

Dado que las cotas de vuelo a la que se realiza el crucero principal es elevada, 30000 ft (acorde a los 29000 ft de altitud de crucero a plena carga y por debajo de los 40000 ft de techo de vuelo), se ha optado por una misión de tipo stair-cruise, en otras palabras, con un primer segmento de crucero seguido de una posterior subida que permita alcanzar el crucero principal a la cota mencionada.

Tal y como se ha comentado, el hecho de contar con dos segmentos de crucero abre la puerta a la posibilidad de recargar las baterías, por ejemplo, durante el primer crucero y de esta forma disponer de una mayor autonomía en el crucero de mayor peso en cuanto a distancia como es el segundo. No ha lugar a dudas que será en misiones de mayor alcance aquellas en las que la recarga eléctrica tome mayor interés pues en algunos de los perfiles presentados para las aeronaves anteriores el limitado tiempo de vuelo no da lugar a ello.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en forma de gráfica y una explicación más detallada de cada uno de los segmentos.

#### 5.3.1 Perfil de misión

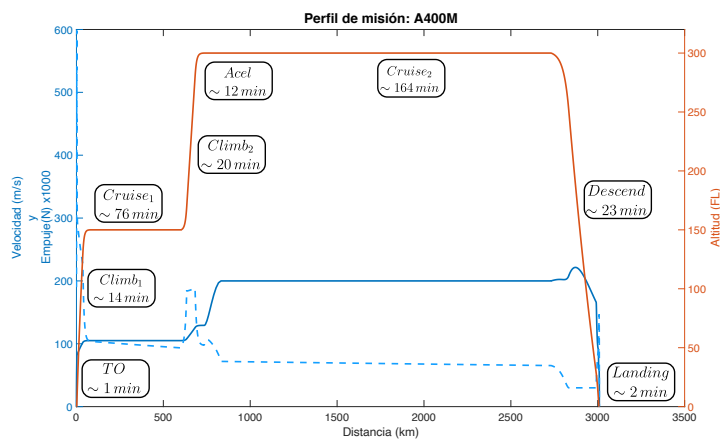


Figura 5.6 Perfil de misión para el A400M.

#### Despegue

El A400M es una aeronave de características tácticas de tipo STOL ("Short Take Off and Landing") que permite efectuar las operaciones de despegue y aterrizaje en distancias reducidas aún contando con un elevado peso al despegue. En el perfil de misión diseñado se ha logrado alcanzar los 35 ft de altura tras una carrera de despegue de 1600 m, que bajo condiciones de despegue táctico podría reducirse a 914 m, teniendo en mente el que iría aparejado de un mayor consumo y demanda de potencia. De hecho, los empujes obtenidos en despegue guardan un factor incluso mayor con

respecto a los aviones previos, ascendiendo hasta 8.3 veces el empuje requerido en crucero. El ángulo de asiento de la velocidad fijado para acometer el final de la fase de redondeo e iniciar la subida es de  $8^\circ$ .

### Subida

Al despegue le sigue un ascenso que precisa de una reducción en el ángulo de subida y disminución de la aceleración con objeto de reducir el exceso de empuje necesario. En los instantes iniciales de esta fase se produce igualmente la recogida tanto de dispositivos hipersustentadores como del tren de aterrizaje. Esta primera subida también finaliza con una ley de ascenso a velocidad equivalente constante en la que paulatinamente se reduce el ángulo de subida hasta alcanzar los 15000 ft del primer crucero. Como cabía esperar, la disminución de la aceleración y el ángulo de subida se traducen en una reducción de las exigencias de empuje.

### Primer crucero

Por no ser la altitud en este primer crucero óptima desde el punto de vista de la resistencia, la distancia asociada a este segmento será bastante inferior a la correspondiente al segundo de los cruceros. De hecho,  $Range_{cruise_1} = \frac{Range_{misión}}{5} - x_{sub_1}$ . En este crucero a 15000 ft las baterías, en condiciones de reparto de flujos energéticos permisibles, llegarán aún sin haberse agotado ni por condición de capacidad ni por caída de voltaje. Ello permite que el pertinente programa de optimización determine en base a su función objetivo si en efecto interesa recargar las baterías para posteriores segmentos, asegurando el que se tengan disponibles las baterías, o si por el contrario se debe seguir consumiendo potencia eléctrica.

### Segunda subida

Tras el primer crucero, se prosigue con la escalada hasta la cota de crucero de 30000 ft siguiendo una ley de velocidad equivalente constante y con un ángulo de ascenso de  $4^\circ$ .

### Aceleración

A pesar de que las subidas a velocidad equivalente constante implican necesariamente acelerar a la aeronave, este aumento va únicamente ligado a la variación en altitud y no es ningún caso muy elevado. Se requiere, por tanto, un segmento de aceleración para alcanzar las condiciones de crucero establecidas aún siendo los segmentos de ascenso mucho más perdurables en el tiempo y altitud.

### Crucero

Una vez se alcanza la velocidad de crucero de  $V = 200\text{ m/s}$  se realiza el segmento que cubre la mayor parte de la distancia a recorrer. Por consiguiente, implicará el segmento donde la fracción de combustible consumido será mayor y donde las baterías pueden tener una mayor implicación en la reducción tanto del consumo como de la emisión de gases contaminantes a la atmósfera.

### Descenso

El proceso de descenso es análogo al que se daba en las anteriores aeronaves. Se reduce la demanda de empuje a valores del orden de un 5 % respecto a la demanda máxima en despegue y se imponen ángulos de descenso de  $3^\circ$ . Esto implicará aceleraciones debido al picado de la aeronave como consecuencia de la baja resistencia a elevadas altitudes y el elevado peso del A400M, hasta que el aumento de la densidad logre oponerse a la inercia de la aeronave en forma de resistencia y cause disminuciones en la velocidad. Se registra la necesidad de incrementar la demanda de empuje

una vez se alcanzan cotas de unos 3000 pies y en mayor medida al comenzar a desplegar los flaps en posición de aterrizaje.

### Aproximación y Aterrizaje

Tras el último tramo de descenso, se realiza la aproximación. Durante este segmento se despliega el tren de aterrizaje y se continúa disminuyendo la velocidad de vuelo hasta valores cercanos a la velocidad de entrada en pérdida, a la par que se disminuye la altitud con un ángulo de descenso de en torno a 4°. Tras la fase de flare, donde se incrementa la demanda de empuje por la necesidad del redondeo, la aeronave toca tierra donde consigue decelerarse tras 1100 metros, valor algo superior a los 822 m de aterrizaje táctico.

Esta misión de 3000 km de alcance ha sido completada con un consumo de combustible de 29365.4 kg, por debajo de los 50500 kg de capacidad máxima de combustible. Se ha realizado una comprobación para constatar la solidez del modelo en la que se ha determinado el alcance que para esta aeronave se esperaría en las condiciones de crucero descritas a partir de la expresión

$$M_{fuel} = \frac{\rho V^2 S \cdot \tan\left(\frac{Range \cdot TSFC \cdot g \cdot \sqrt{C_{D0} k}}{V} + \operatorname{atan}\left(\frac{2MTOW \cdot g}{\rho V^2 S} \cdot \sqrt{\frac{k}{C_{D0}}}\right)\right)}{2g} \cdot \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} - MTOW \quad (5.2)$$

Con ella se obtiene que el alcance del A400M sería unos 6500 km, valor muy acertado pues a partir de la información recopilada se extrae que el alcance de esta aeronave ronda los 6390 km. Al igual que ocurre para aeronaves anteriores tomando un consumo medio de 9.04 kg/km se requerirían algo más de 27000 kg de fuel, valor que aunque no está muy desviado respecto a lo obtenido no es más que una subestimación por corresponderse a condiciones más favorables a las que se somete a la aeronave a lo largo de toda la envolvente.

Por último, se recogerán en forma de tabla algunos de los parámetros que gozan de mayor interés para analizar una vez la misión ha sido efectuada. Recordando que las misiones han sido completadas sin participación del paquete eléctrico en la propulsión de las aeronaves, se incluyen a continuación el consumo de combustible, la masa de  $CO_2$  que debido a la combustión ha sido emitida a la atmósfera, el tiempo total de la misión y su alcance, y los valores de empuje tanto máximo (alcanzado al final del segmento de despegue) como el valor promedio en crucero.

**Tabla 5.1** Resultados de mayor interés de cada una de las misiones planteadas.

	Misión	$M_{fuel}$	$M_{CO_2}$	$t_{misión}$	$dist_{misión}$	$T_{max}$	$T_{cruise}$
<b>B200</b>	1	120.11kg	326.07kg	20.2min	100km	$2.0542 \cdot 10^4 N$	$4.56 \cdot 10^3 N$
	2	367.69kg	970.94kg	1h 2min	400km	$2.0674 \cdot 10^4 N$	$4.93 \cdot 10^3 N$
<b>ATR 72</b>	1	1283.46kg	5447.74kg	1h 13min	500km	$8.2024 \cdot 10^4 N$	$1.31 \cdot 10^4 N$
	2	400.74kg	1641.4kg	18.4min	100km	$8.3881 \cdot 10^4 N$	$1.35 \cdot 10^4 N$
	3	677.47kg	2776.3kg	31.2min	200km	$8.3881 \cdot 10^4 N$	$1.41 \cdot 10^3 N$
<b>A400M</b>	1	29365.4kg	34375.4kg	5h 12min	3000km	$5.9831 \cdot 10^5 N$	$7.17 \cdot 10^4 N$

## 6 Optimización modelo híbrido de aeronave

---

Tal y como se ha venido adelantando a lo largo de todo el Proyecto, el objetivo último del mismo pasa por minimizar una serie de funciones objetivo como pudieran ser el fuel consumido o los gases contaminantes emitidos a la atmósfera a lo largo del perfil de vuelo. El compromiso por parte de los países con mayor capacidad tecnológica del mundo y, en especial, de la Unión Europea por tratar de contrarrestar los efectos negativos que la acción humana ha ocasionado en este último siglo, se ha traducido en la implementación de medidas paliativas en la inmensa mayoría de sectores.

Las emisiones causadas por la aviación internacional se han multiplicado por encima de dos en las dos últimas décadas. Aunque la aviación internacional y el transporte marítimo representan cada uno menos del 3.5 % de las emisiones totales de gases de efecto invernadero de la UE, han sido las fuentes de emisiones que contribuyen al cambio climático que más rápido han crecido últimamente (hasta un 130 % en el sector aéreo). A pesar de las mejoras en el consumo de combustible de los motores que se han venido desarrollando, hasta hace poco por meros intereses económicos de las aerolíneas y no por una mentalidad ecológica, se espera que las emisiones de los aviones en 2050 sean de 7 a 10 veces mayores que los niveles de 1990. Esto se debe principalmente al crecimiento récord del tráfico, impulsado por el aumento del volumen comercial y número de pasajeros, que llegó a alcanzar unas cifras abrumadoras en 2018 con hasta 1.106 millones de pasajeros aéreos en territorio europeo.

Las crecientes preocupaciones medioambientales podrían hacer que más personas presten atención a la huella de carbono de su modo de transporte. Hasta ahora, poco más de una de cada diez personas dicen que lo hacen, según la encuesta del Eurobarómetro.

Con este propósito, la UE ha tomado medidas para reducir las emisiones de la aviación a través de su Sistema de Comercio de Emisiones<sup>1</sup>. La UE también está trabajando con la Organización de Aviación Civil Internacional para implementar una medida global basada en el mercado por la cual las aerolíneas podrían compensar sus emisiones mediante la inversión en proyectos verdes, como

---

<sup>1</sup> El Sistema de Comercio de Emisiones limita las emisiones de más de 11.000 instalaciones de elevado uso energético (centrales eléctricas y plantas industriales) y de las compañías aéreas que operan en la UE, sobre la base del principio “el que contamina paga”. Las industrias englobadas en este sistema deben comprar a través de subastas un permiso de emisión por cada tonelada de  $CO_2$  que arrojen a la atmósfera, a modo de incentivo financiero. Algunos de estos permisos son por contra asignados de forma gratuita por apercebimientos de las empresas sobre trasladar su producción a otras regiones con legislación ambiental más laxa.

por ejemplo, plantar árboles. Muchas de estas directrices quedaron plasmadas en una resolución adoptada antes de la cumbre de Naciones Unidas sobre cambio climático (COP25) en Madrid, en la que el Parlamento Europeo pidió más ambición para reducir las emisiones de la aviación, por ejemplo, mediante el fortalecimiento de las medidas basadas en el mercado destinadas a reducir las emisiones de gases de efecto invernadero.

En el mundo de la aviación se es completamente conocedor de que muchas de estas medidas no son suficientes y, a pesar del posible argumento de que la contribución de la aviación no es ni comparable a la del transporte por tierra o la industria, el deber como responsables de primera mano de la aviación lleva a las compañías que producen aviones a tratar de colaborar en resolver este problema global. Este Proyecto se enmarca en esta perspectiva y pretenderá, bajo un estudio analítico y en ausencia de ensayos, evaluar el grado de mejora al que se puede aspirar.

La comprensión del problema de optimización que aquí se plantea tiene como requisito previo la certeza de ser completo conocedor de la forma en que los transvases de energía tienen lugar en la plataforma híbrida bajo sus posibles modos de funcionamiento. Como consecuencia de haber fijado un perfil de misión a desarrollar por la aeronave, en cada momento será dato de partida el empuje demandado y, conocida también la velocidad, la potencia que la hélice requiere. Esta potencia,  $\dot{W}_H$  de algún modo u otro ha de ser proporcionada por el motor híbrido. Aquí entra en juego la optimización que habrá de determinar la potencia entrante o saliente del módulo de baterías y de un modo subsecuente estará decretando el modo de funcionamiento. En cualquier caso, resulta bastante ilustrativo el esquema que se incluyó en la página 93 de cara a recordar mejor cómo se aseguraba la suficiente potencia útil para la propulsión.

A continuación, se enumerarán una serie de variables que gozan de cierta relevancia en la resolución del problema y que van inherentemente ligadas al desempeño de un avión en el que colindan un motor eléctrico y otro térmico:

$E(t) = \eta_H[V(t), \dot{W}_H(t)] \cdot \dot{W}_H(t)$	Empuje demandado
$\dot{W}_H(t) = \eta_{box} \cdot [\dot{W}_{EOUT}(t) + \dot{W}_{TH}(t)]$	Potencia de entrada a hélice
$\dot{W}_{EH}(t) = \eta_{ME} \cdot \dot{W}_{Bout}(t)$	Potencia de entrada a hélice desde ME
$\dot{W}_{BOUT}(t) = V(I_{OUT}, Q(t)) \cdot I_{OUT}(t)$	Potencia eléctrica salida de baterías
$\dot{W}_{BIN}(t) = \eta_{ME} \cdot \dot{W}_{Tbat}(t) = V(I_{IN}(t), Q(t)) \cdot I_{IN}(t)$	Potencia eléctrica desde ME a baterías
$\dot{W}_T(t) = \dot{W}_{TH}(t) + \dot{W}_{Tbat}(t)$	Potencia turbina de gas
$Q(t) = Q_0 + Q_{IN}(t) - Q_{OUT}(t) \longrightarrow \begin{cases} Q_{IN}(t) = \int I_{IN}(t) dt \\ Q_{OUT}(t) = \int I_{OUT}(t) dt \end{cases}$	Capacidad de las baterías

En cuanto a la capacidad de las baterías, ya en el modelado de las mismas se tuvo en cuenta el que la capacidad no podía descender por debajo de un cierto umbral de seguridad ni sobrepasar su capacidad máxima correspondiente al valor nominal de  $2.6Ah$ .

Es indudable que la intención de proveer a las aerolíneas de aviones híbridos lleva aparejada una intencionalidad de carácter respetuoso con el medio ambiente. Sin embargo, las consecuencias positivas que para la Tierra conlleva esta acción puede ser cuantificada en forma de distintos argumentos. Es por ello que a la hora de plantear el problema de optimización se proponen 3

posibles funciones objetivos que irrevocablemente están relacionadas entre sí pero que pudieran dar lugar a soluciones distintas en el modo de acometer una misión.

$$\text{Funciones objetivo:} \longrightarrow \begin{cases} M_{fuel} = \int_{t=0}^{t_{fin}} C_e(t) \cdot \dot{W}_T(t) dt & \text{donde } C_e(t) = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}_T} \\ \text{Energía} = M_{fuel} \cdot H_p + V \cdot [Q_o - Q(t = t_{fin})] \\ M_{CO_2} = M_{fuel} \cdot H_p \cdot factor_1 + V \cdot [Q_o - Q(t = t_{fin})] \cdot factor_2 \end{cases}$$

La función objetivo en la que quedarán centrados los esfuerzos será aquella con la que se pretende minimizar la cantidad de combustible agotado al cabo de un cierto perfil de vuelo, pues no solo se traduce en un menor número de emisiones contaminantes a la atmósfera sino que tiene importantes connotaciones económicas para las aerolíneas. El coste del petróleo puede llegar a ser hasta el 50 % del total de los costes de las aerolíneas, por lo que sus beneficios dependerán mucho de los movimientos de esta materia prima en los mercados. Con el objetivo de generar un mayor beneficio por pasaje, las aerolíneas tratan de reducir este coste mediante estrategias de cobertura de riesgo de combustible, aprovechándose de los momentos en los que el petróleo está a buen precio, para pactar el precio que pagarán por el carburante.

La masa de  $CO_2$  que en cómputo global es lanzada a la atmósfera por el avión guarda una relación directa con el dosado de combustible que queda recogida en el ciclo fuera de diseño:

$$\dot{m}_{CO_2} = \frac{PM_{CO_2}}{PM_{comb}} \cdot \dot{m} \cdot f \cdot \left( \frac{f_{esteq}}{f} \cdot \left( n + \frac{m}{4} \right) \cdot 0.001568 \right) \quad (6.1)$$

donde  $f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}}$ ,  $f_{esteq} = 0.0683$  y el combustible es tal que  $C_n H_m = C_{12} H_{23}$ .

Con todo ello no es de extrañar que la masa de  $CO_2$  sea tanto mayor cuanto mayor sea el fuel empleado con un ratio que es cierto que será dependiente del  $TSFC$  que a lo largo del vuelo se vaya registrando fuera del punto de diseño pero que rondará los 3.15 kg de gas contaminante por cada kg de carburante.

Aunque como tal no sea una emisión consecuencia directa del funcionamiento de la turbina de gas del avión, la carga inicial de las baterías aún estando en tierra conlleva una demanda de potencia eléctrica que habrá de ser obtenida de alguna otra fuente. La coyuntura ideal pasaría por la obtención de esta energía de una manera totalmente pura a partir de fuentes de naturaleza eólica, hidráulica o solar. Esto no siempre será así y es por ello que se ha indagado acerca del valor promedio de emisiones de  $CO_2$  por cada kWh de energía producida en España. Este valor asciende a 0.22 kg $_{CO_2}$ /kWh y se incluyen en su cálculo tanto grandes compañías eléctricas como pudieran ser Endesa o Gas Natural así como otras de menor calado a año de 2019. En consecuencia, el factor que aplicaba al término de las baterías en la función objetivo del  $CO_2$  tomará este valor escalado con un cierto porcentaje en función de si la casuística de carga se supone más o menos limpia.

Una vez establecidas las funciones objetivos, se debe explicar el modo en que éstas serán evaluadas por un programa optimizador implementado en MATLAB. Los segmentos que conforman el perfil de vuelo serán discretizados en intervalos de tiempo lo suficientemente pequeños como para contener adecuadamente la dinámica de las demandas de potencia. En caso de que el segmento en cuestión tenga a la altitud por variable de integración, esta división será efectuada congruentemente en términos de altitud sin mayores repercusiones en los cálculos posteriores. Es bastante importante

el adecuar la amplitud de la fragmentación al tramo de vuelo. Póngase como ejemplo el crucero en el que, de hecho así se produce en la realidad, el empuje, aunque disminuye levemente por la caída de la masa de combustible, toma un valor muy plano y por ser la velocidad y altitud de vuelo constantes, del mismo modo lo hará la potencia. La cara opuesta se corresponde con el despegue, segmento de mucha menor duración en el que el avión sufre grandes variaciones de velocidad y empuje hasta lograr levantar ruedas del suelo. Ello justifica que en un tramo que apenas alcanza el minuto se incluyan varias particiones de tiempo para asegurar la congruencia en los resultados.

Los programas de MATLAB para desarrollar la misión, entre ellos los que incluían las ecuaciones diferenciales de los segmentos de vuelo, inicialmente estaban ideados en términos de repartos de empuje con una variable denotada como "*repart*" tal que conocida la demanda de empuje en cada momento permitiera establecer aquella fracción a aportar por las baterías. De algún modo, en este planteamiento la idea era muy similar a la formulación con potencias con la salvedad de que, por estar expresado en forma porcentual, aquí no resultaba inmediato el modelar la posibilidad de recarga de baterías. Ello llevaba a la necesidad de definir un nuevo parámetro "*repart<sub>2</sub>*" en base al cual se fijara la intensidad de recarga (y con ello el tiempo necesario en tal proceso), que junto al *repart* cerrara la configuración de plataforma híbrida. La complejidad de operación bajo este planteamiento se veía multiplicada al tener que prever las incompatibilidades entre parámetros: si *repart* tomaba valor positivo implicaría que las baterías estarían asegurando una cantidad de empuje y *repart<sub>2</sub>* habría de tomar valor nulo, contando con que las baterías no se hubieran agotado por voltaje o capacidad; por contra, si *repart* tomaba valor nulo, se abría la posibilidad de recargar las baterías con *repart<sub>2</sub>* > 0 (siendo posible si  $Q < Q_{nom}$ ) o bien que las baterías permaneciesen inertes y se usara motor térmico al 100 % para garantizar el empuje. El embrollo de explicación sobre este modo de proceder se trasladaba también al código numérico y repercutía sin duda en mayor tiempo de computación, además de la necesidad de repetir el programa del ciclo fuera de diseño hasta en 2 ocasiones. Este último fue uno de los motivos que terminó por inclinar la balanza hacia la formulación con potencias.

La optimización estática es un conjunto de métodos analíticos y numéricos que buscan encontrar el mejor valor para una o varias variables, de tal forma que generen un valor óptimo en un problema. El Toolbox de Optimización es una colección de funciones con las que minimizar o maximizar funciones no lineales caracterizadas como funciones objetivo. A cualquier rutina de optimización de MATLAB le basta con tres cosas: la función objetivo, un vector de valores iniciales y la rutina con sus respectivas entradas y salidas.

El abanico de posibilidades en cuanto al optimizador del que hacer uso para la resolución de este Proyecto es amplio. Algunas de las muchas funciones que se plantean como una opción real son *fmincon*, *lsqnonlin*, *surrogate opt* o *genetic algorithm*. Las dos últimas destacan por su capacidad para establecer restricciones con variables de carácter entero y se presentaban como las favoritas de haberse seguido con el planteamiento inicial en términos de reparto de empuje. Tanto *fmincon* como *lsqnonlin* son optimizadores que permiten encontrar el mínimo de funciones no lineales en varias variables con restricciones por mínimos cuadrados. No obstante, entre tales funciones existen ciertas diferencias en cuanto a sus algoritmos internos de resolución que permitirán decantarse por una de ellas. La función *fmincon* hace uso de algoritmos algo más sofisticados en el sentido de que permiten lidiar con restricciones no lineales mientras que *lsqnonlin* no lo hace. Además, la segunda de estas funciones usa únicamente información acerca de la primera derivada para encontrar el mínimo, cuando *fmincon* tiene también en consideración la segunda derivada. Esto último podría parecer un beneficio para la velocidad de convergencia pero depende en alto grado de la naturaleza y morfología del código. El que el problema de minimización del consumo de combustible, energía



empleada o gases de  $CO_2$  emitidos a la atmósfera haya sido finalmente planteado con la potencia de las baterías como variable de interés, conlleva que no sea necesaria la disposición de restricciones no lineales y que la función *lsqnonlin* ofrezca mejores tiempos de computación sin verse mermados los residuos y errores numéricos del programa.

El esquema genérico al que responde esta función de optimización escogida es

$$x = \text{lsqnonlin}(fun, x_0, l_b, u_b, options)$$

donde *fun* es la función objetivo definida de antemano en base a si aquello que se pretende minimizar fuera el combustible consumido, el  $CO_2$  emitido o la energía empleada. En  $x_0$  se le pasa un vector de iterantes iniciales del que el algoritmo parte para dar con el mínimo de la suma de cuadrados de la función descrita, devolviendo a la salida el vector  $x$  para el que se alcanza. Por su parte, la tercera y cuarta entradas de la función de optimización definen un conjunto de límites inferior y superior en las variables de diseño, de modo que la solución esté siempre en el rango  $l_b \leq x \leq u_b$  (los vectores  $l_b$  y  $u_b$  han de tener el mismo número de componentes que  $x$ ). Por último, la palabra *options* hace referencia a un bloque estructurado de parámetros con el que modificar algunas de los ajustes que por defecto estas funciones traen implementadas.

Explicado el fundamento teórico que subyace en el programa de optimización que irrevocablemente se debe emplear para resolver este problema numérico, no es de extrañar que el siguiente paso sea explicar cómo se aplicará al mismo. Como punto de partida se tiene el que la misión es conocida de antemano lo cual facilita en gran medida el modo de proceder en lo que sigue. El primer paso se corresponde con un dimensionado del módulo de baterías, en otras palabras, la determinación del número de celdas en serie y paralelo que a partir de entonces quedarán inalteradas. Se abre aquí otro campo de discusión pues cabría pensar que éste es otro grado de libertad en el problema y que en función de este cálculo se estará condicionando el resto del problema. En efecto, así lo es y entra en juego aquí el criterio del diseñador. No obstante, este dimensionado podría ser objeto asimismo de otro proceso de optimización en paralelo al que se plantea tal que se diera con el paquete de baterías idóneo para afrontar una misión concreta y con unos valores de potencia a otorgar a lo largo del vuelo. La complejidad inherente a este problema ya es lo suficientemente grande, sobre todo en lo que a coste computacional y tiempos de obtención de resultados se refiere, y de ahí el que la optimización del dimensionado de las baterías se pudiese idear como un proyecto en segunda instancia una vez resuelto el presente. En cualquier caso, el modo de proceder será el que en su momento se esquematizó con la figura 2.9 y quedó desarrollado en la misma página, siendo las entradas los parámetros de diseño del ciclo en el respectivo avión y las condiciones para el dimensionado las del crucero. El criterio del diseñador atañe al alcance para el que se idee que el módulo de baterías habrá de ser capaz de proporcionar una cierta  $P_{bat}$  a la salida del módulo eléctrico. En cada una de las misiones a optimizar se hará referencia a los valores de estos parámetros y se lanzarán los comentarios que correspondan.

Otro grado de libertad que se plantea es el estado inicial con que las baterías inician el vuelo. El hecho de que los aeropuertos cuenten con unas más que importantes acometidas y plantas de energía eléctrica hace pensar que en general será menos costoso para las compañías recargar las baterías aún en tierra en la zona de estacionamiento (en lugar de tener que demandar potencia a la turbina de gas en una etapa tan exigente como el despegue) a la vez que se efectúan otras maniobras usuales como el reabastecimiento de combustible o carga de equipaje. Por tanto, se considerará que las celdas parten en todas las misiones con un voltaje de 4.2 V y una capacidad igual a la nominal de 2.6 Ah.

La función que se proporciona como entrada al optimizador contiene como tal todo el código que en condiciones normales correspondería a la misión a desarrollar. La principal diferencia radica en que, como se fue adelantando, cada fase del vuelo se encuentra discretizada por tramos o segmentos. El procedimiento es tal que se define un parámetro del tipo  $n_{cruc} = 10$  que viene a decir que el crucero de esta misión cuenta con 10 divisiones temporales. En todas las fases del vuelo, dado que las ligaduras son impuestas de antemano, es conocido el tiempo de finalización o bien la altitud si se estuviese hablando de la subida por ejemplo. Así, no hay más que dividir este  $t_f$  o  $\Delta h$  por el valor  $n$  del segmento de vuelo en marcha e ir adicionando su valor a aquel con que se inicia la partición. Dado que en despegue y aterrizaje se distinguen a su vez otras 3 subfases con incluso diferentes variables de integración, resulta pertinente el definir un número de particiones para cada una de ellas.

En cada una de estas particiones del perfil de vuelo lo que en cada iteración la función de optimización impone es el valor de la  $P_{bat}$  con la dicotomía en tres rangos de valores como eran positivo si el módulo de baterías contribuía a la propulsión de la aeronave, un valor nulo si el funcionamiento de la plataforma híbrida fuera con un motor 100% térmico o recargando con potencia de la turbina de gas en caso de ser negativo. Cada una de las componentes del vector  $x$  o del que se introduce inicialmente,  $x_0$ , se identifica con este valor de  $P_{bat}$  que quedará fijado a lo largo de la partición. Es este uno de los motivos por el que se recalcó la necesidad de plantear incrementos de tiempo o altitud suficientemente pequeños como para modelar correctamente las proporciones de potencia. Se deduce que los vectores  $x$  y  $x_0$  habrán de tener tantas componentes como particiones haya y su número será igual a la suma de las  $n_x$ .

Otro aspecto de suma importancia al comenzar a trabajar con el optimizador son los límites superior e inferior que se impongan a la variable de trabajo como es  $P_{bat}$ . Ello requiere de un análisis más pormenorizado de los flujos energéticos que pueden darse en distintas fases del vuelo. El límite superior,  $u_b$ , se ha establecido bajo el criterio de que en cada tramo las baterías pudieran llegar a aportar hasta un 50% de la potencia total que en media demanda la aeronave. Se permite, por ende, un máximo de  $\Phi_H = 0.5$  pues, aunque pudiera parecer una sobre-restricción, con el nivel actual de las baterías que se tiene y a falta de poder realizar ensayos o comprobaciones experimentales que pudiesen hacer cambiar de opinión, el exigir demandas de potencia mayores se traduce en descargas muy repentinas de las celdas, una escasa autonomía de vuelo y, en la práctica, el más que probable deterioro de estas baterías. Se puede extraer una primera conclusión y es que el hecho de que aún no se encuentren aviones comerciales totalmente eléctricos en el cielo tiene un motivo de peso detrás. En el ámbito de este Proyecto al menos quedará descartada una de las posibilidades que esta tipología de plataforma ofertaba como era tirar de motor 100% eléctrico.

El límite inferior,  $u_b$ , se ha deducido a partir de inspeccionar el ciclo fuera de diseño de cada aeronave y evaluar el valor máximo que aproximadamente se podía llegar a exigir adicionalmente a la turbina de gas con el fin de prolongar la utilidad de las baterías embarcadas.

El paquete *options* que estaba sujeto a cambios para resolver este problema de optimización contaba con diversas funcionalidades, entre ellas modificar la tolerancia permitida para la salida del algoritmo tanto en el valor del argumento como de la función objetivo en sí. Sin embargo, el único de estos aspectos que se ha variado ha sido el denominado "*DiffMinChange*" con el que imponer el mínimo cambio en el gradiente con diferencias finitas de las variables del problema. El motivo de dicha modificación se sustenta en el hecho de que las potencias con que se trabajan en estas aeronaves es como mínimo del orden de  $kW$  y el no establecer este tipo de restricción al algoritmo puede derivar en cambios muy pequeños entre iteraciones y tiempos de resolución casi infinitos. La

magnitud de las potencias también ha requerido de la imposición de una especie de tolerancia tal que si  $-5kW < P_{bat} < 5kW$  (entiéndase el valor negativo de la potencia como que estaría entrando al módulo) la  $P_{bat}$  se haría idénticamente nula por la dificultad que contrae el que dando saltos tan grandes de potencias entre iteraciones, ésta se hiciera precisamente cero. Tales tolerancias se han fijado para el B200 y han sido incrementadas a  $\pm 10kW$  en el ATR-72 y  $\pm 25kW$  en el A400M.

Como apunte final, dado que el optimizador *lsqnonlin* se guía por el valor de la derivada primera de la función objetivo, se ha tratado de facilitar el trabajo del mismo falseando en cierto modo los resultados de las iteraciones. Se han impuesto unas penalizaciones que en caso de que  $SOC_{ini} \geq 0.9 \cdot 2.6Ah$  y  $P_{bat} \leq -5kW$  o si  $SOC_{ini} \leq 0.05Ah$  y  $P_{bat} \geq 5kW$  al valor de combustible consumido, si es éste el argumento, que resultaría de resolver esa partición con  $P_{bat} = 0kW$  (pues es la única opción válida dadas las circunstancias) se le adiciona una cantidad que guarda una relación lineal como es  $m_{penalización} = \frac{|P_{bat}|}{5000}$ . El funcionamiento interno de la función sería tal que con los aspectos comentados iría calculando la masa de combustible consumida o de  $CO_2$  emitido y todo ello pasaría a sumarse dando lugar a la función objetivo que con *lsqnonlin* se pretende minimizar.

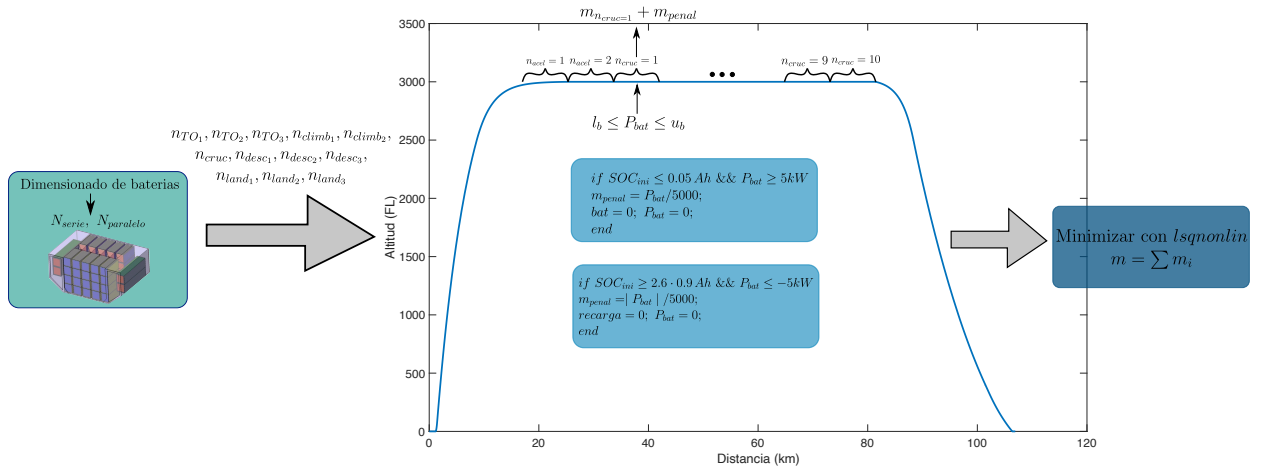


Figura 6.1 Esquema de los pasos a seguir para la optimización del problema.

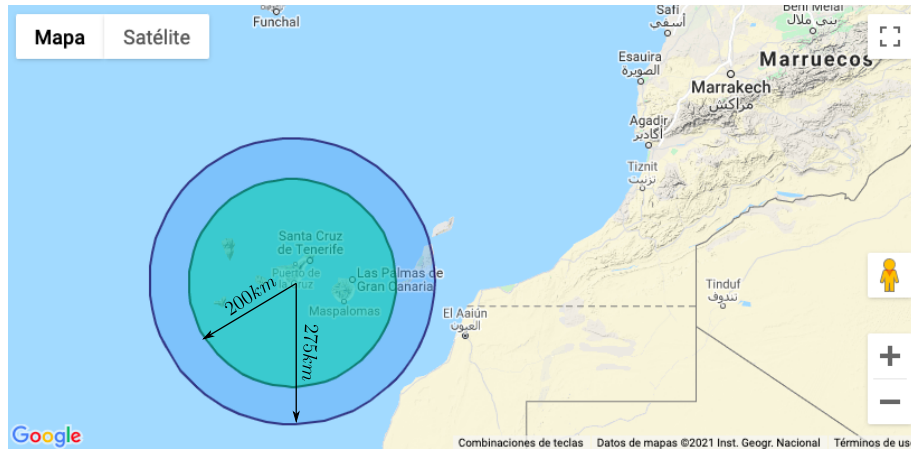
## 6.1 Optimización del B200

La puesta en marcha del paquete de optimización construido da comienzo con la aeronave de menores dimensiones de entre las seleccionadas. En particular, se tratará de dar con el mejor de entre los posibles modos de uso de la plataforma híbrida implementada en este avión en el contexto de la misión 1 introducida en el capítulo 5, con la salvedad de que se extenderá la distancia de crucero para completar una misión de unos 200km de alcance. Este matiz aquí introducido se debe a que el corto espacio temporal de un vuelo de la mitad de alcance deriva en que, de partida, las recargas pasen a quedar casi descartadas por la necesidad de duraciones superiores para llegar a ser efectivas. La función objetivo que marca el resultado de la minimización se corresponde con el consumo total de fuel a lo largo de la misión.

Fue un aspecto ya mencionado en páginas previas el hecho de que esta optimización vendría indudablemente condicionada por el dimensionado de las baterías. En este caso, se ha optado por dotar al avión de un módulo eléctrico capaz de dar respuesta con una potencia de 200kW durante los 200km a los que se extiende el perfil de vuelo, todo ello en las condiciones en las

que se desarrollará el crucero ( $V=112\text{m/s}$  y  $h=3000\text{ft}$ ). Estos términos derivan en una asociación de 73 celdas en serie (realmente este valor será coincidente con independencia de la misión y condicionantes del dimensionamiento) y 162 celdas en paralelo, con un peso total en baterías de 573.561kg. Un comentario en este sentido se asocia al reparto en pesos que bajo esta configuración híbrida el Beechcraft SuperKing Air 200 pasaría a tener. Este modelo cuenta con un peso máximo al despegue  $MTOW = 5670\text{kg}$ , con lo que dada la masa del paquete de baterías, se tendría una capacidad para carga de pago más combustible a consumir de en torno a 5000kg. Todo hace indicar que el ahorro que en masa de fuel el uso de baterías acarrea, no será suficiente como para compensar el aumento en peso asociado a incluir las mismas en la aeronave, y menos aún en vuelos de este alcance.

Uno de los juicios con que discernir un peso en baterías asumible es el que la capacidad de carga de pago sea superior o a lo sumo igual a la mitad de la que habría sin el uso de baterías. Considerando los pesos característicos de esta aeronave, se deduce que  $M_{bat}$  puede ser a lo sumo de 811kg, suponiendo que presumiblemente se van a precisar unos 200kg de carburante. En consecuencia, el número máximo de paralelos en el B200 queda fijado a  $N_{paralelo} = 230$ , los cuales se precisan si el dimensionado es efectuado para esta misma distancia pero con una  $P_{bat} = 280\text{kW}$  o si se prolonga la potencia de 200kW hasta un alcance de 275km. Los números proporcionados dan una idea de las limitaciones físicas que acotan la profundidad o calado de introducir energía eléctrica en la propulsión de un B200, y que como puede observarse no quedan muy lejanos a los que caracterizan el dimensionado para esta optimización. El mapa incluido permite comparar tales alcances partiendo con origen en el Aeropuerto de Tenerife Sur por ser los vuelos entre islas su aplicación a priori.



**Figura 6.2** Alcance del vuelo para la misión ideada para el B200 bajo optimización y máximo alcance proporcionando  $P_{bat} = 200\text{kW}$ .

El siguiente aspecto a glosar serían los límites tanto inferior como superior que se han decidido fijar a la variable de trabajo de este problema de optimización como es  $P_{bat}$ . Se recogerán en primer lugar los vectores correspondientes para de seguidas introducir comentarios adecuados.

$$u_b = \left[ \underbrace{110, 250, 450, 650}_{n_{TO_1}=4}, \underbrace{700}_{n_{TO_2}=1}, \underbrace{400 \dots 400}_{n_{climb_1}=3}, \underbrace{150}_{n_{climb_2}=1}, \underbrace{150}_{n_{ac}=1}, \underbrace{500 \dots 500}_{n_{cruce}=12}, \underbrace{100 \dots 100}_{n_{desc_1}=3}, \underbrace{100, 100}_{n_{desc_2}=2}, \underbrace{100}_{n_{desc_3}=1}, \underbrace{5}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

$$l_b = \left[ \underbrace{0 \dots 0}_{n_{TO_1}=4}, \underbrace{0}_{n_{TO_2}=1}, \underbrace{-500 \dots -500}_{n_{climb_1}=3}, \underbrace{-500}_{n_{climb_2}=1}, \underbrace{-500}_{n_{ac}=1}, \underbrace{-500 \dots -500}_{n_{cruce}=12}, \underbrace{-500 \dots -500}_{n_{desc_1}=3}, \underbrace{-500, -500}_{n_{desc_2}=2}, \underbrace{-500}_{n_{desc_3}=1}, \underbrace{-500}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

Se han obedecido para tales valores fronteras las premisas de que la potencia a proporcionar no sobrepase el 50 % de la registrada en esa partición y la que puede llegar a entrar en la acometida de recarga sea congruente o factible con el ciclo termodinámico en la turbina de gas. Como consecuencia de la naturaleza altamente transitoria de la fase de despegue, en ella no se ha considerado un valor homogéneo de  $u_b$  en las particiones. Por su parte, el motivo de que los valores de  $l_b$  sean nulos en ellas se asocia al hecho de considerar las celdas cargadas al máximo al iniciar la carrera de despegue, de modo que aún relajando este límite inferior, si el optimizador decidiera recargar incurriría en penalizaciones por estar prácticamente al tope de capacidad.

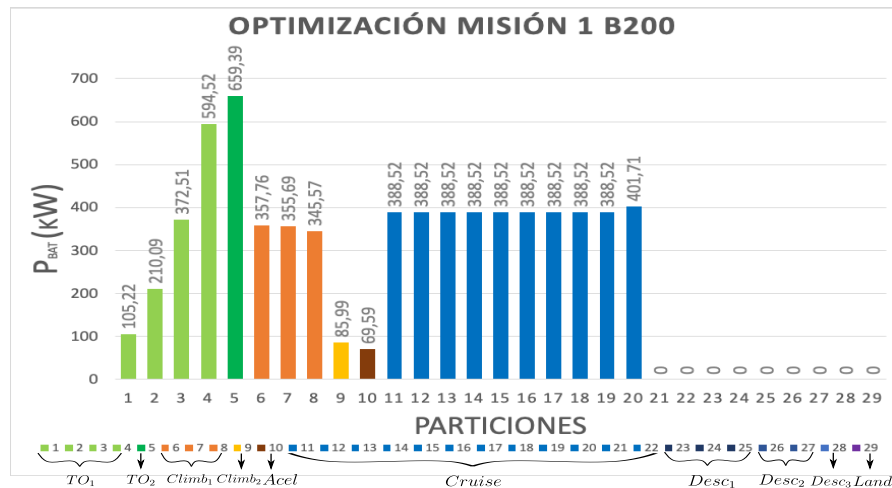
Como última entrada a especificar de la función *lsqnonlin*, se distingue el vector iterante inicial del que se parte para, bajo algoritmos propios, dar con el vector de  $P_{bat}$  que derivaría en un menor consumo de combustible. Éste es el que a continuación se muestra, para el cual se ha seguido un razonamiento anticipado acerca de una adecuada condición inicial, en definitiva, un vaticinio prematuro de la solución. Dado que el empuje aumenta notoriamente a lo largo de la carrera de despegue, y con ello la potencia, se estimará una tendencia semejante para el límite superior, contribuyendo las baterías en una operación tan exigente como es el despegue. A partir de entonces, se introducirán valores progresivamente menores en las particiones de subida y aceleración, hasta llegar al segmento de mayor prolongación en el tiempo, para el que se impondrá inicialmente  $P_{bat} = 400kW$ . En las 3 fases de descenso se considerará igualmente descarga de las baterías con valores similares a los del ascenso; para finalmente imponer motor totalmente térmico en el aterrizaje.

$$x_0 = \left[ \underbrace{50, 100, 200, 500}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{500}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{300 \dots 300}_{n_{climb1}=3}, \underbrace{75}_{n_{climb2}=1}, \underbrace{75}_{n_{ac}=1}, \underbrace{400 \dots 400}_{n_{cruc}=12}, \underbrace{70 \dots 70}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{70, 70}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{70}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{0}_{n_{land}=1} \right] kW$$

Uno de los aspectos que quizás sea más llamativo es el que a falta de la partición del aterrizaje donde se ha impuesto implicación únicamente del motor térmico, el resto del vuelo se estaría efectuando con descarga de baterías. Dado el dimensionado del que se partía, ello hace pensar que el optimizador se introducirá inicialmente en penalizaciones al fuel consumido y habrá de optar previsiblemente por recargar en algún momento para prolongar la utilidad de las baterías. Por último, se ha establecido un *DiffMinChange* de 50kW, un 10 % del límite superior para la potencia eléctrica durante el crucero.

Una vez establecida la configuración de partida del optimizador, se puede proceder a lanzar el mismo. El hincapié realizado en cuanto a la depuración de los códigos acabó por ser ratificado cuando a la función *lsqnonlin* le llevó unas 14h dar por finalizada la búsqueda del mínimo en la función objetivo. Es cierto que este tiempo es altamente dependiente de la velocidad de computación o estado de la computadora con que se opera pero viene a dar idea de cómo este tipo de problemas numéricos de optimización de gran escala, por disponer de un alto número de componentes a optimizar (tantas como componentes tenga el vector  $P_{bat}$ ), es dado a su implementación en *clusters* o computadoras virtuales en las que lanzar simulaciones que revierten los resultados al usuario una vez completada la operación. Éstas no son más que alternativas altamente aprovechadas por las empresas para reducir los tiempos de computación y no encontrar limitaciones por la capacidad de la que los ordenadores individuales gozan a la hora de resolver problemas complejos. Si esta anotación surge con una misión de corte alcance como es la propuesta para el B200, con más motivo aplica a misiones de mayor rango.

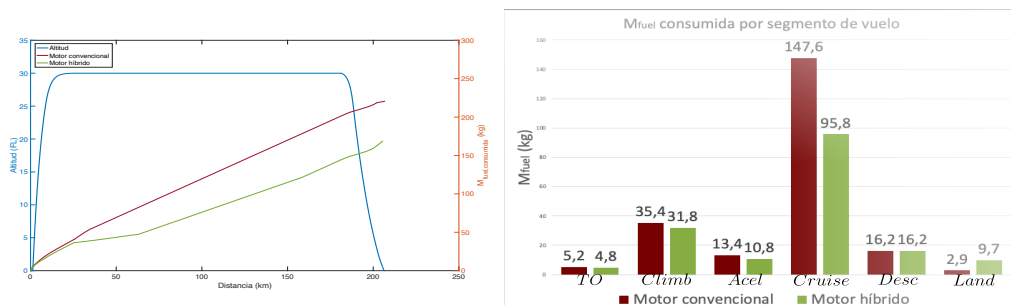
El optimizador se encargó de ir introduciendo modificaciones al vector  $x_0$  proporcionado, en base al gradiente de la función objetivo, hasta encontrar una solución dada por



**Figura 6.3** Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión 1 del B200.

Se atisba en primer lugar como el optimizador decide, en consonancia con el vector  $x_0$  introducido, demandar potencia en todo momento a las celdas hasta el último fragmento del crucero en el que éstas acaban por agotarse. Las potencias son incrementadas en todas las particiones del despegue hasta alcanzar valores próximos al límite superior fijado. Ello no significa más que resulta interesante que las baterías contribuyan de manera notable en lograr levantar la aeronave de la pista. En el ascenso, por ser menores las exigencias de potencia, las soluciones se ven reducidas casi a la mitad con respecto a la segunda fase del *Take off*. La fase final de redondeo en la subida y la aceleración son las que registran una menor cesión de potencia por parte del módulo eléctrico, en la última a pesar de que la aceleración precisa de un incremento en el empuje. El crucero se caracteriza por mantener una  $P_{bat}$  aproximadamente constante hasta acabar las baterías justo en la penúltima de sus particiones. A partir de entonces, se estaría en la tesitura de recargar baterías o no poder seguir utilizando y es esta última opción aquella por la que *lsqnonlin* se decanta, implicando motor térmico al 100% en lo que resta de misión.

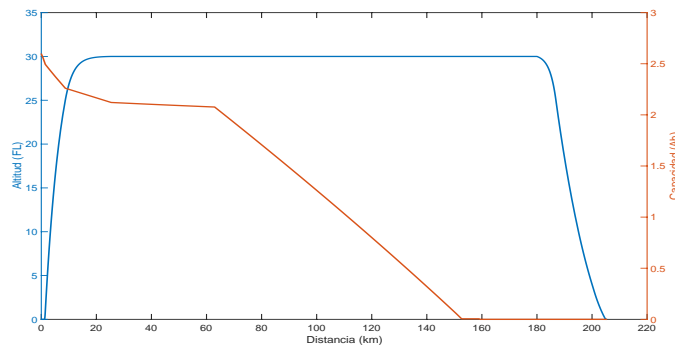
La estrategia obtenida para el empleo de la plataforma híbrida resulta en un consumo de combustible a lo largo de la misión de 169.16 kg frente a los 220.71 kg que son consumidos por un B200 en condiciones normales al realizar este vuelo. Ello supone un ahorro de 51.55 kg, un 30.47 %, en el combustible que se ha de portar para completar la misión, conllevando sin duda alguna importantes connotaciones económicas para el dueño y ecológicas.



**Figura 6.4** Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200.

Por tratarse de una aeronave en la mayoría de ocasiones de carácter privado, resulta complejo tratar de establecer una media de vuelos anuales. El siguiente enlace [B200 Operating Costs](#) recoge una estimación de costes para este modelo de avión considerando 450h de vuelo al año. Suponiendo un coste del combustible de  $4.25\$/gallon \rightarrow 1.037€/kg$  y que los costes variables totales que ascienden a 710662.50\$ corresponden en su totalidad a gasto en fuel, la implementación de la plataforma híbrida con una estrategia de hibridación optimizada podría llegar a significar un ahorro de hasta 50000\$ al año al usuario de esta aeronave. Se ha obviado la necesidad de efectuar operaciones de mantenimiento en el módulo eléctrico abordo pero en cualquier caso la cuantía asociada sería inferior al precio del combustible.

Otro de los parámetros cuya evolución suscita interés es la capacidad de las baterías. Éstas iniciaban la misión con su capacidad a tope e igual a la nominal de  $2.6Ah$ . El que los valores de potencia de salida del módulo eléctrico sean un tanto mayores en la fase de despegue no cuenta con implicaciones muy sensibles en el  $SOC$  de las celdas como consecuencia de su breve duración temporal, pues recuérdese que  $SOC = SOC_{ini} - \sum I \cdot \Delta t$  y a pesar de que mayores potencias repercuten en intensidades más elevadas la extensión del despegue no sobrepasa el minuto. Un tanto de lo mismo se refleja en el ascenso; no obstante, su mayor duración implica una caída parabólica convexa por ir en decremento la  $P_{bat}$  de las particiones. Se puede extraer que las  $P_{bat}$  marcan la pendiente de la curva  $SOC$  vs.  $Altitud$  de forma que a mayor potencia tanto más pronunciada será la caída en la capacidad. No es de extrañar, por ende, que al ser la potencia eléctrica que contribuye a la propulsión aproximadamente constante durante el crucero, la tendencia sea lineal en este segmento de vuelo. Las baterías quedan agotadas por condición de capacidad a unos 150km de los 200km que constituyen la misión y a partir de entonces el  $SOC$  permanece nulo sin volver a recargar para reutilizar las baterías. Alrededor del 80% de la capacidad es consumida en crucero, por lo que al igual que en la masa de combustible consumida, es éste el tramo con unas mayores repercusiones y en el que las decisiones del optimizador son trascendentes. Se podría haber decidido reducir las demandas de potencia eléctrica en crucero para asegurar su disponibilidad en los descensos pero, por contra, el fuel mínimo resulta agotando las celdas incluso antes de hacerlo el crucero.

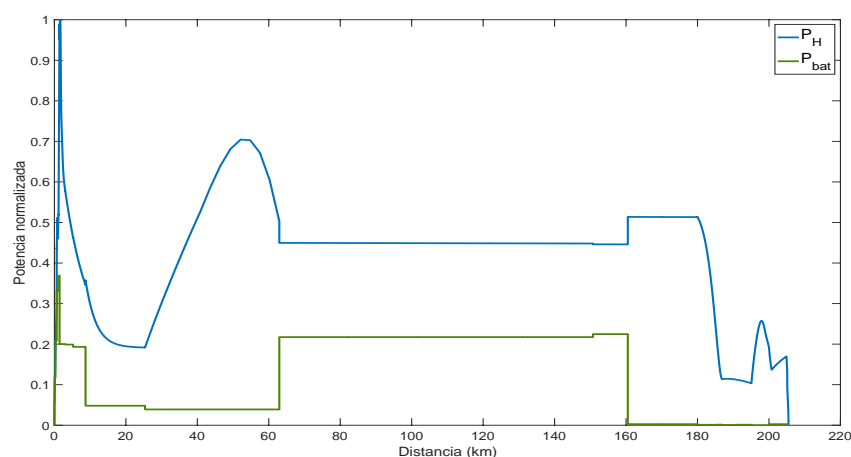


**Figura 6.5** Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200.

La masa de  $CO_2$  emitida a la atmósfera no era el argumento de la función objetivo cuyo mínimo absoluto se pretende encontrar. No obstante, dada la atención que los gobiernos e instituciones internacionales prestan al cambio climático es conveniente dejar reflejado la reducción que en estos términos implica la hibridación. Probablemente la solución obtenida de haber tratado de minimizar el  $CO_2$  no fuese la misma pero al guardar una relación casi lineal con el carburante empleado, el resultado no habrá de diferir en demasía. Bajo una configuración híbrida en el modelo del B200 y con la estrategia proporcionada por el optimizador, los kilogramos que de este gas contaminante se

vierten a la atmósfera son  $538.80\text{ kg}$ . Si se mantiene el estado convencional con únicamente turbina de gas esta masa se eleva hasta  $972.56\text{ kg}$ , con lo que la reducción lograda sería del  $44.60\%$ , incluso superior a la reflejada en el combustible. Es cierto que en términos absolutos no aparenta mucho pero la suma acumulada de todos los vuelos que de estas características se realizan por todo el globo conduce a importantes mejoras en la lucha contra el cambio climático de implementar plataformas híbridas.

Una de las representaciones gráficas que por sí sola da más información acerca de las decisiones autónomas tomadas por el optimizador de *MATLAB* es la que enfrenta las potencias demandadas en cada instante por la hélice y proporcionada por el módulo eléctrico normalizadas. El término normalizado debe entenderse como que los valores recogidos son divididos por el valor máximo de  $P_H$  que es alcanzado en los momentos finales del despegue y asciende a  $1.788\text{ MW}$ . Recuérdese que el valor limitante superior de las soluciones del optimizador era como mucho hasta la mitad del valor demandado por la aeronave en esa partición. El valor más elevado de potencia eléctrica normalizada se alcanza precisamente cuando más alta es la potencia demanda, rozando el  $40\%$  de la potencia a suministrar a la hélice frente al  $60\%$  restante que ha de proporcionar la turbina de gas. En el primer tramo de subida, mientras la demanda disminuye considerablemente,  $P_{bat}$  permanece con un valor similar, haciendo que la contribución relativa de la parte eléctrica del motor híbrido sea de hasta un  $58\%$  (algo superior al  $50\%$  que se fue preestablecido pero que ni mucho menos es un límite infranqueable). En el resto del ascenso la participación de las baterías no es mayor al  $20\%$  y casi testimonial en la aceleración, segmento de vuelo más exigente tras el despegue. Se puede entender esta estrategia como un modo de asegurar una mayor duración de las celdas en el crucero, proporcionando además más potencia. Acorde con el valor más o menos inalterado de la potencia demandada durante el crucero, asimismo lo es para la potencia eléctrica con un valor alrededor del  $45\%$  del total en esta fase. A partir de los  $150\text{ km}$  la curva de  $P_{bat}$  desciende súbitamente a cero y en adelante el motor híbrido trabaja en modo motor térmico por completo. Ahora que se goza de una perspectiva más global, el aporte de las baterías a la propulsión de esta aeronave no permite el considerar fases totalmente eléctricas y en ausencia de emisiones, al menos con las herramientas de que se dispone, pero sí es cierto que llega a alcanzar importancias relativas de hasta la mitad de lo requerido, con lo que se llegan a reducciones bien de fuel o de  $\text{CO}_2$  tan notables como las apuntadas.



**Figura 6.6** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del B200.

Uno de los matices que está evidentemente sujeto a mejora es el hecho de establecer particiones



de tiempo o altitud que pudiesen ajustarse mejor a la dinámica del problema. Sin embargo, con la configuración con la que se ha trabajado en la que se contaba con 29 componentes en el vector de  $P_{bat}$ , que habrían de ser modificadas a gusto del optimizador, ya los tiempos de computación eran bastante elevados con lo que se ha reservado el gusto de no incrementar el número de particiones en detrimento de obtener mejores resultados. Si se dispusiera de mayor cantidad de recursos y tiempo, ésta sería una de las primeras mejoras a acometer para contrastar los resultados.

Hasta aquí se podría decir que llegan los comentarios a raíz de la estrategia de empleo de baterías obtenida con *lsqnonlin* para un mínimo combustible quemado en la primera misión del B200. Una de las cuestiones que cabe plantearse es si la solución obtenida es en efecto el mínimo absoluto de la función objetivo o si, por contra, combinaciones distintas de  $P_{bat}$  proporcionan valores incluso menores. El primer paso dado en este sentido consistió en introducir manualmente una serie de vectores  $x_0$  y se constató que para todos ellos  $M_{fuel}$  era superior al resultado alcanzado. Una de las funcionalidades que los optimizadores de *MATLAB* como *lsqnonlin* incorporan se denomina *MultiStart*. Cantidad de problemas numéricos como el estudiado en este Proyecto cuentan con múltiples mínimos locales y es probable el que introducido un vector iterante inicial, el optimizador se quede con la solución más próxima. *MultiStart* facilita la búsqueda del mínimo absoluto a partir de bien secuencialmente o en paralelo iniciar tal búsqueda desde distintos  $x_0$ . De manera ideal se podría introducir un conjunto de 5-10 vectores de partida para resolver el problema de optimización con *MultiStart* pero aludiendo de nuevo a la limitación de recursos y tiempo de que se dispone, se prefiere llevar a cabo una segunda optimización idéntica a la anterior pero con un  $x_0$  modificado y, en base a los resultados, hacer los comentarios que se vean convenientes.

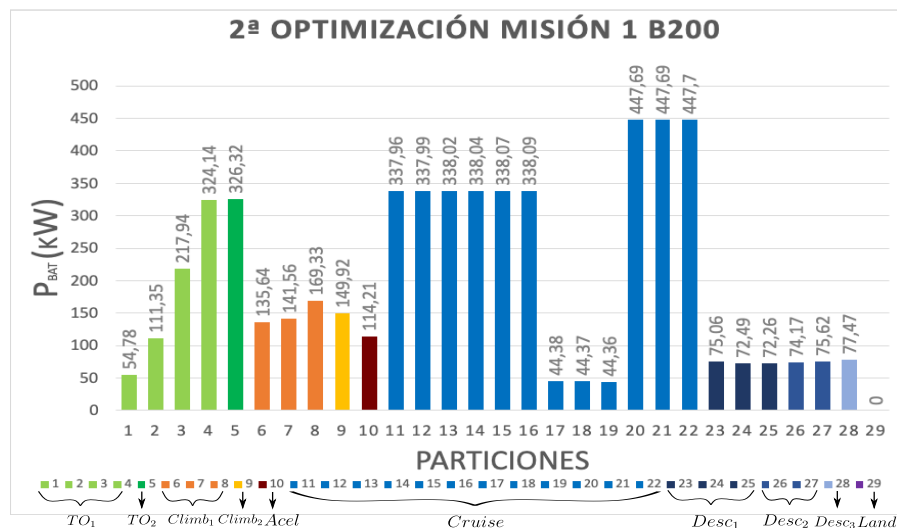
Con idéntico dimensionado del módulo eléctrico, es decir,  $N_{serie} = 73$  y  $N_{paralelo} = 162$ , número de particiones y vectores límites superior e inferior de las variables de trabajo del optimizador, se introduce una nueva condición inicial como es la dada por

$$x_0 = \left[ \underbrace{50, 100, 200, 300}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{300}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{100 \dots 100}_{n_{climb1}=3}, \underbrace{100}_{n_{climb2}=1}, \underbrace{75}_{n_{ac}=1}, \underbrace{200 \dots 200, -400, -400 -400, 400, 400, 400}_{n_{cruc}=12}, \underbrace{70 \dots 70}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{70, 70}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{70}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{0}_{n_{land}=1} \right] kW$$

La principal diferencia con respecto a la dada en la optimización inicial consiste en la introducción de un cierto tramo final del crucero en el que se fuerza a recargar las baterías para tratar de prolongar su capacidad a toda la misión. Además para hacer esto mismo posible se reduce algo la contribución eléctrica en el final del despegue.

La solución proporcionada por el optimizador queda recogida en el siguiente diagrama de barras, donde salta a relucir el hecho de que la capacidad de las baterías se ve prolongada a casi la totalidad de la misión, a diferencia de lo ocurrido en la primera optimización. En este análisis, el objeto de comparación de la solución obtenida pasará a ser el correspondiente a la primera optimización pues ésta ya fue cotejada en primera instancia con la inexistencia de motor eléctrico en el avión. Durante el despegue, ya se redujo la contribución eléctrica en la condición inicial y esto mismo se mantiene en la solución obtenida en la cual se ostentan valores de potencia de la mitad de los aportados en la 1ª optimización. Tal y como se apuntó, esta estrategia puede verse enfocada a reducir el consumo de energía de las baterías en un tramo de muy corta duración que, a la postre, afecta menos al cómputo global del fuel para permitir usar las celdas en otras fases del vuelo de manera más duradera. En la subida las potencias apenas pasan de los  $150 kW$ , aunque en su último tramo de redondeo y la aceleración se mantiene similar, siendo sus registros superiores a la primera solución. Llegados al segmento de vuelo crucial en esto de la hibridación de una aeronave, el optimizador ha decidido en este caso reducir en un 13 % la aportación eléctrica a la propulsión en las 6 primeras particiones. En

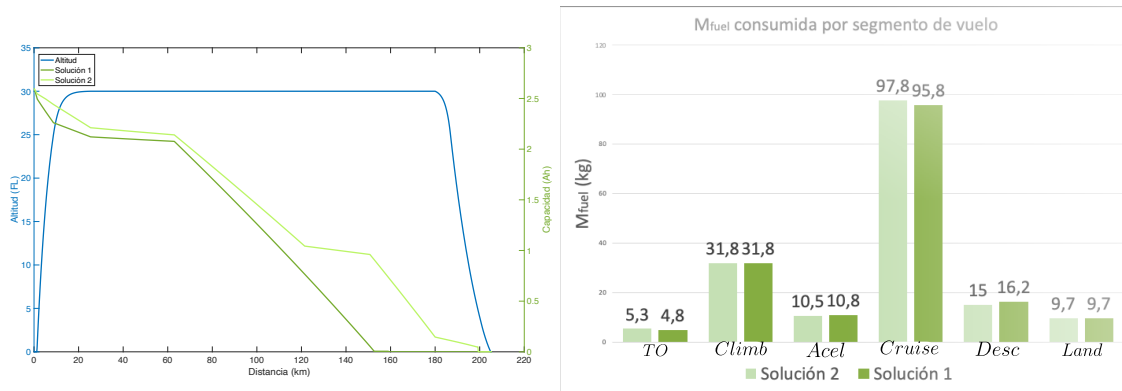
las 3 siguientes donde inicialmente se fijó la recarga de las celdas, se observan potencias que son la décima parte de las previas, para finalizar el crucero con potencias de descarga rozando el máximo permitido. Discrepando con la primera solución, las baterías llegan a este punto con capacidad suficiente y se permiten seguir descargando en el descenso con unos nada despreciables  $75\text{ kW}$ . Es un hecho coincidente con la primera optimización el que sea preferible agotar las baterías antes de introducirse en la fase de aterrizaje y efectuar la misma con motor térmico por completo. Se trata de una operación en la que el empuje de la aeronave se hace tender a cero y, con ello, la potencia requerida por la hélice, de modo que al caracterizarse con una única partición, la herramienta numérica opta por descartar baterías en estas condiciones.



**Figura 6.7** Vector solución de potencia de baterías de la segunda optimización para la misión 1 del B200.

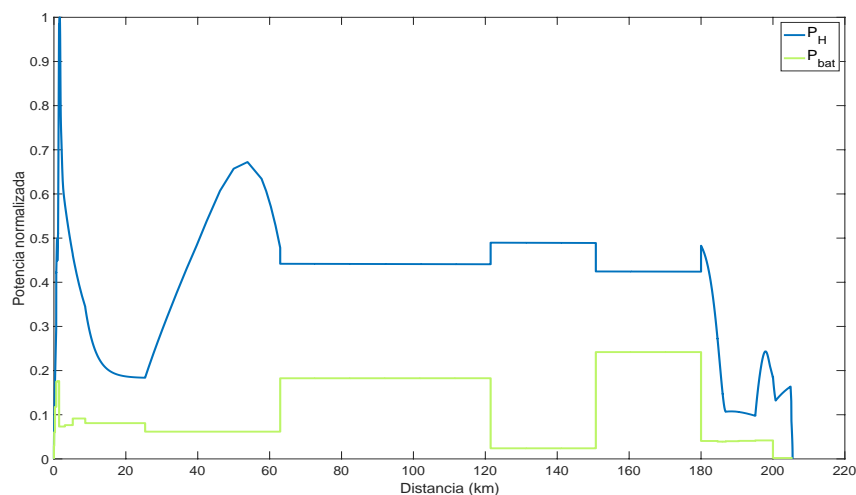
La gráfica comparativa del *SOC* de las baterías frente a la distancia recorrida para la primera y segunda optimización clarifica el aumento temporal de la capacidad en el segundo estudio. La menor contribución en el despegue queda reflejada en una menor caída de capacidad hasta los  $20\text{ km}$  y el aliviar la descarga a mitad del crucero explica el notable cambio de pendiente con que se permite casi completar los  $200\text{ km}$  de la misión sin necesidad de recarga.

Uno de los objetivos principales marcados a la hora de realizar este segundo estudio era el comprobar el grado de afectación que el vector  $x_0$  introducido tenía sobre el supuesto valor óptimo de fuel consumido. Con la estrategia de hibridación planteada en este caso se necesitarían  $170.20\text{ kg}$  de carburante frente a los  $169.16\text{ kg}$  obtenidos en la primera optimización. Esta diferencia supone una variación porcentual del  $0.6\%$  en el mínimo encontrado por el mismo optimizador desde dos puntos de partida diferentes. Todo ello viene a poner en pie el que funciones como *lsqnonlin* no aseguran que el resultado mostrado por pantalla sea el mínimo absoluto de la función objetivo planteada. Sin embargo, la alteración trasladada al argumento a minimizar es en la mayor parte de los casos irrelevante frente al valor total. En resumidas cuentas, no se está en disposición de asegurar que las soluciones aquí obtenidas sean las óptimas pero sí que existe una serie de estrategias de hibridación con las que el gasto en combustible sería muy similar entre ellas. En la práctica, ello puede ser incluso un punto a favor de los pilotos para los que la ruta de vuelo a realizar puede que no sea tan inamovible como en este Proyecto se ha propuesto y pese a tener que realizar una cierta maniobra, seguirá existiendo un reparto de potencias con el que la masa de combustible sea del orden de la óptima.



**Figura 6.8** Comparativa de la masa de combustible consumida y la capacidad de las baterías con primera y segunda estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 1 del B200.

En cuanto a la evolución de la potencia eléctrica normalizada (con respecto al mismo valor máximo de la primera optimización por no haber cambiado el perfil de vuelo), destaca que la contribución eléctrica es en comparación con la primera solución menor en casi toda la misión, con especial atención al despegue donde su relevancia se reduce a la mitad. El reducir la  $P_{bat}$  considerablemente durante unos 30 km permite seguir descargando en el descenso, donde llegan a alcanzarse importancias relativas del orden del 40 %.



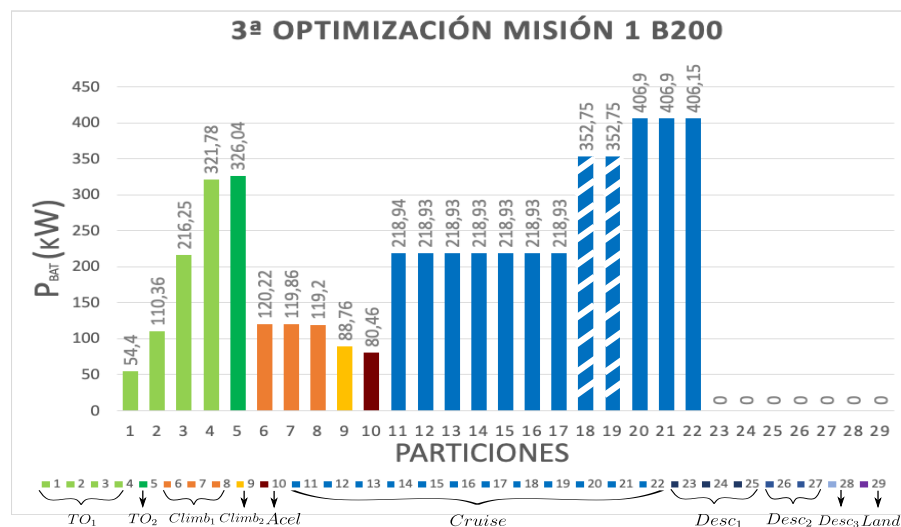
**Figura 6.9** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por la segunda optimización para la misión 1 del B200.

Como último ejercicio de análisis en esta optimización de una plataforma híbrida a bordo de un B200, se considerará la posibilidad de realizar esta misión con un dimensionado distinto del módulo eléctrico. Como tal, la optimización de un avión híbrido requiere de dos procesos de optimización, si quieren entenderse así, en paralelo: el primero de ellos se identifica con el que en este Proyecto se viene desarrollando en el que fijado un número de celdas y un perfil de vuelo, se determine la potencia eléctrica de carga o recarga que en cada partición conduce a un consumo mínimo de combustible globalmente; la segunda de las optimizaciones consiste en tratar de dar con el tamaño de módulo eléctrico que permite incluir en la aeronave un motor térmico dimensionado

adecuadamente para conducir a un consumo mínimo y permitir dar respuesta a las demandas registradas. La complejidad del proceso de minimización en curso ya es suficientemente elevada y el tratar de procesarlo a la vez que esta segunda optimización conllevaría un incremento exponencial de la complejidad no solo en términos de carga teórica sino computacional. Es por ello que esta optimización de los dimensionamientos eléctrico y térmico se ha dejado como un proyecto a futuro con el que se podrían incluso refinar las mejoras que la hibridación conlleva.

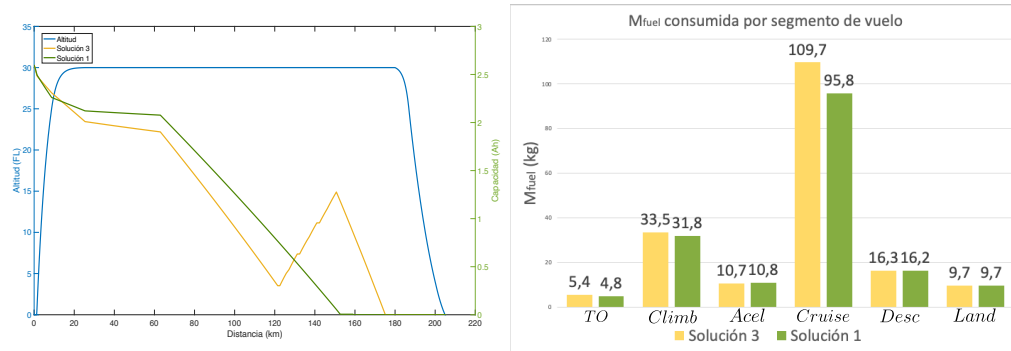
En lugar de efectuar una optimización como la comentada, es preferible considerar una nueva optimización como las hasta ahora realizadas pero con un dimensionamiento de las baterías distinto. Las dos primeras soluciones partían de determinar el número de celdas en serie y paralelo para proporcionar  $200\text{ kW}$  durante  $200\text{ km}$  en condiciones de crucero. Ahora se considerará un dimensionamiento con este mismo valor de potencia pero para una distancia inferior al alcance de la misión,  $100\text{ km}$ . Para ello se necesitan  $N_{\text{serie}} = 73$  y  $N_{\text{paralelo}} = 79$  frente a los 162 paralelos previos, resultando en un peso del paquete de baterías de  $279.70\text{ kg}$ . Este nuevo dimensionamiento supone un ahorro de unos  $300\text{ kg}$  que, en principio, podrían reservarse a carga de pago e incrementar hasta en 3 el número de pasajeros (considerando una media de  $100\text{ kg}$  por pasajero). Probablemente en un avión como el B200 no se daría este baile en la cifra de pasajeros que se podría llevar en vuelo pero sí prima en aviones comerciales pues se traduce en ingresos para las aerolíneas. En definitiva, en aviones como pudiera ser el *ATR-72* puede convenir un cierto aumento del fuel a adquirir si ello permite incrementar el número de billetes.

Los valores límite inferior y superior así como el vector de condiciones iniciales se han mantenido idénticos a los de la segunda optimización, resultando la siguiente solución:



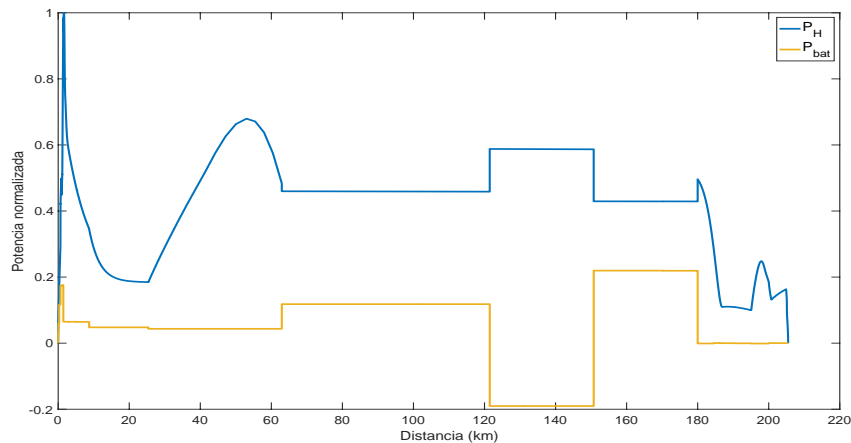
**Figura 6.10** Vector solución de potencia de baterías de la tercera optimización para la misión 1 del B200.

Con este módulo eléctrico, ideado para una distancia inferior a la de la misión, sí que el optimizador decide introducir recargas en dos de las particiones que en el diagrama se identifican por estar rayadas. Hasta alcanzar el crucero, los valores de la potencia de descarga son similares con matices; si bien, en el crucero la importancia de las baterías se reduce inicialmente y pese a ello concluye la necesidad de aumentar la capacidad durante dos tramos, tras los cuales vuelve a descargar con intensidades del orden de las que se tenían con el dimensionado de  $200\text{ km}$ . Coincidiendo con el final del crucero se sitúa el punto de apagado, en sentido figurado, de las baterías.



**Figura 6.11** Comparativa de la masa de combustible consumida y la capacidad de las baterías con primera y tercera estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 1 del B200.

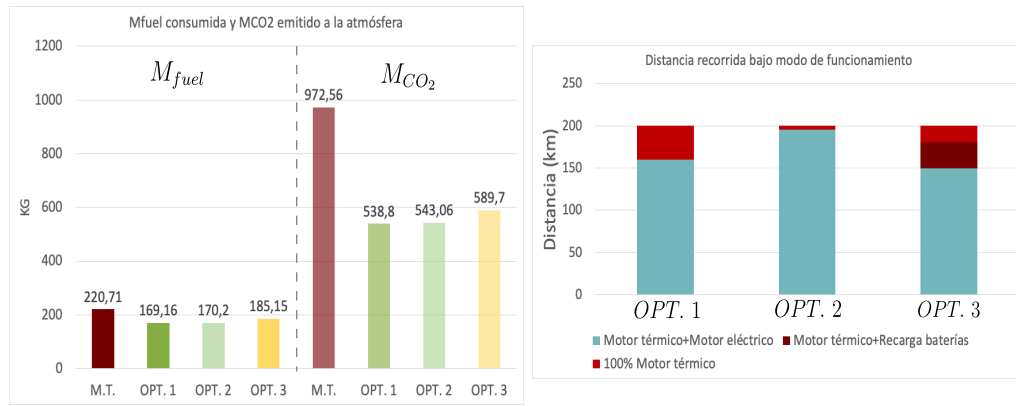
La capacidad de las baterías en esta optimización resulta prolongarse inclusive más de lo que lo hace en la primera optimización pese a contar con menos paralelos. El motivo principal es la recarga introducida con la que se aumenta el  $SOC$  desde casi  $0.3Ah$  hasta  $1.3Ah$ , la mitad de su valor nominal. El resultado de mayor relevancia, el combustible consumido, asciende con esta optimización a  $185.15kg$ , que aún se traducen en una disminución de  $35.56kg$  con respecto a portar un motor convencional pero que conlleva un aumento de en torno al 9% frente a las soluciones con dimensionados a  $200km$ . Esto viene a decir que se ha de hacer un balance entre las consecuencias ecológicas, en cuyo caso se introducirá el primer dimensionado para reducir  $M_{fuel}$  y las emisiones de  $CO_2$ , y el rédito económico del vuelo, según el cual puede que sea preferible consumir  $15kg$  más pero poder transportar otras 3 personas.



**Figura 6.12** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia proporcionada por la tercera optimización para la misión 1 del B200.

La potencia normalizada de las baterías en el intervalo 120-150km se hace negativa por tratarse de potencia entrante al módulo eléctrico con valores considerables para la recarga que llegan hasta el 20% de la  $P_{max}$  demandada en el vuelo. Al igual que en la primera optimización, el motor pasa a ser completamente térmico en descenso y aterrizaje.

Como cierre a este apartado de optimización de la hibridación de un modelo Beechcraft SuperKing Air 200 se incluirá una figura comparativa de los resultados con cada una de las optimizaciones lanzadas.



**Figura 6.13** Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de  $CO_2$  emitida con cada una de las optimizaciones y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en cada optimización.

## 6.2 Optimización del ATR-72

Como continuación al análisis de la metodología de optimización, es el ATR-72 el modelo de aeronave para el cual se pretende encontrar en este apartado una estrategia optimizada de hibridación. Ello no solo permitirá extraer conclusiones acerca de la conveniencia de la implicación eléctrica en esta aeronave sino además incurrir en comparaciones con respecto a los resultados del B200, caracterizado por un menor peso y dimensiones. Los resultados aplicables al ATR-72 serán valiosos por tratarse de una de las aeronaves de categoría turbohélice más extendidas en el mundo, lo cual implica que se efectúan con él multitud de vuelos anualmente y las posibles contribuciones ecológicas que pudiera conllevar son de mayor calado que en el avión anteriormente analizado.

La primera de las misiones a estudiar se identifica con la misión 3, contenida en la sección 5.2.3, que goza de un alcance coincidente con el de la misión optimizada para el B200, interesante desde el punto de vista de establecer paralelismos entre aviones de distinta tipología acometiendo vuelos de idéntico recorrido. Igualmente, la función objetivo que se pretende minimizar es la masa de combustible que el ATR-72 requiere para esta misión en presencia de baterías.

A diferencia del modo de proceder en la sección previa, se analizarán aquí en paralelo las soluciones proporcionadas por el optimizador al introducir dos dimensionados distintos y partiendo de vectores de condiciones iniciales también diferentes, estableciendo para cada resultado de interés las oportunas comparativas con respecto a la inexistencia de flujos energéticos en el apartado propulsivo.

Los dimensionamientos de una y otra optimización comparten el número de celdas en serie,  $N_{serie} = 73$ , por los motivos que se han venido comentando. El número de celdas en paralelo se ha determinado en los dos casos para soportar un vuelo en condiciones de crucero ( $V=130\text{m/s}$  y  $h=9000\text{ft}$ ) proporcionando  $700\text{kW}$  durante  $150\text{km}$  en la primera optimización y  $600\text{kW}$  a lo largo de los  $200\text{km}$  de la misión en la segunda. Con estos condicionantes, se obtienen 352 paralelos en el primer caso de estudio y 398 para el segundo, lo cual viene a constatar una mayor capacidad de albergar energía eléctrica en la segunda situación. El hecho de prolongar el alcance parece tener mayores implicaciones pues los requerimientos de baterías son superiores pese a ser menor la

potencia a aportar. En cuanto al crucero, se establece un *Flight Level* superior al del B200 acorde a la realidad donde aviones con una mayor carga de pago ocupan vías aéreas de mayor altitud.

El modelo ATR-72 cuenta con un peso máximo al despegue de  $MTOW = 22800\text{ kg}$  y un peso en vacío de  $MZFW = 12950\text{ kg}$ , con lo que obviando la masa de baterías que se habría de incluir de acuerdo a estos dimensionados,  $1246.26\text{ kg}$  y  $1409.12\text{ kg}$ , se deja un peso a repartir entre carga de pago, combustible y otros elementos requeridos para el vuelo de unas 8 toneladas. La capacidad máxima de combustible es de hasta 5 toneladas que ni mucho menos se precisa en este tipo de misión, donde estimando unos  $2000\text{ kg}$  de fuel (lleva un cierto factor de seguridad con respecto al valor real), se contará con una capacidad de carga de pago de en torno a 65 pasajeros (suponiendo un peso medio por pasajero más maleta de  $100\text{ kg}$ ). El ATR-72 cuenta con una capacidad nominal de 72 pasajeros, por lo que la inclusión del módulo de baterías conlleva en principio una reducción del 10 % de los billetes que por vuelo la aerolínea puede rentabilizar. Se habrá de comprobar si aún con ello se logran beneficios económicos para las compañías aéreas.

En cuanto a los límites inferior y superior que a las variables de trabajo, como son las potencias de baterías en cada partición, se han fijado en cada una de las optimizaciones, pasan a ser ligeramente distintos entre sí aunque con un razonamiento subyacente similar. En realidad, tan solo varían algo las cantidades en las primeras particiones del despegue y se permite una mayor implicación eléctrica en aceleración y crucero en la primera optimización, mientras que los límites inferiores pasan a ser idénticos.

$$u_{b,1} = \left[ \underbrace{200, 350, 550, 1400}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{2000}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{1400 \dots 1400}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{600}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{800}_{n_{ac}=1}, \underbrace{1000 \dots 1000}_{n_{cruc}=8}, \underbrace{300 \dots 300}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{200, 200}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{200}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{100}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

$$l_{b,1} = \left[ \underbrace{0 \dots 0}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{0}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{-2000}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{-2000}_{n_{ac}=1}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{cruc}=8}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{-2000, -2000}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{-2000}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{-2000}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

$$u_{b,2} = \left[ \underbrace{400, 500, 750, 1400}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{2000}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{1400 \dots 1400}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{600}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{600}_{n_{ac}=1}, \underbrace{900 \dots 900}_{n_{cruc}=12}, \underbrace{200 \dots 200}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{200, 200}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{200}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{100}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

$$l_{b,2} = \left[ \underbrace{0 \dots 0}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{0}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{-2000}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{-2000}_{n_{ac}=1}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{cruc}=12}, \underbrace{-2000 \dots -2000}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{-2000, -2000}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{-2000}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{-2000}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

Si se computa el número de particiones de uno y otro análisis, se llega a que en el segundo se ha refinado el crucero con hasta 4 particiones más ( $n_{TOTAL,1} = 28$  y  $n_{TOTAL,2} = 32$ ). Con ello se deducirá si con una mejor caracterización del segmento de vuelo que mayores implicaciones tenía en la optimización en la misión del B200 se reportaran unos mejores resultados. La principal diferencia en cuanto a la configuración de *lsqnonlin* para esta misión 3 del ATR-72 viene, sin embargo, vinculado al vector inicial con el que empezar a iterar.

$$x_{0,1} = \left[ \underbrace{20, 100, 200, 900}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{1300}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{700 \dots 700}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{400 \dots 400}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{500}_{n_{ac}=1}, \underbrace{300 \dots 300}_{n_{cruc}=8}, \underbrace{100 \dots 100}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{100, 100}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{100}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{30}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

$$x_{0,2} = \left[ \underbrace{50, 100, 400, 600}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{600}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{300 \dots 300}_{n_{climb1}=4}, \underbrace{200 \dots 200}_{n_{climb2}=3}, \underbrace{200}_{n_{ac}=1}, \underbrace{700 \dots 700, -800, -800, -800, -400, -400, -400}_{n_{cruc}=12}, \underbrace{150 \dots 150}_{n_{desc1}=3}, \underbrace{100, 100}_{n_{desc2}=2}, \underbrace{100}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{0}_{n_{land}=1} \right] \text{ kW}$$

En primer lugar, mientras que en el segundo vector de partida sí que se ha reservado la segunda mitad del crucero a la recarga de baterías, en la primera optimización se tienen descargas a lo largo de toda la misión. El *DiffMinChange*, por ser la magnitud de las potencias implicadas superiores al B200, se ha subido hasta los 100kW. La condición inicial parece ser menos exigente en el segundo caso pues salvo en el crucero las  $P_{bat}$  son menores y además se pretende recargar, con lo que todo hace pensar que la primera condición es más favorable y dará resultado a una menor masa de combustible de partida.

Se está en disposición de lanzar ambas optimizaciones. En efecto, fue la simulación que partía de un mejor iterante inicial aquella que dio con un vector de potencias optimizado en primer lugar, al cabo de unos 2 días. El tiempo de obtención de resultados en la segunda optimización fue incluso superior y terminó por reflejar los incrementos de tiempos que se obtendrían al pasar de una aeronave a otra de mayor peso, pues tratándose de misiones de un mismo alcance, la resolución del ciclo fuera de diseño es más laboriosa por disponer de más ejes. También fue un aspecto influyente el que la segunda optimización contara con 4 particiones de tiempo más que habrían de ser optimizadas por la computadora. Con todo ello, los resultados a los que se se llegó en una y otra optimización de la tercera misión del ATR-72 son:

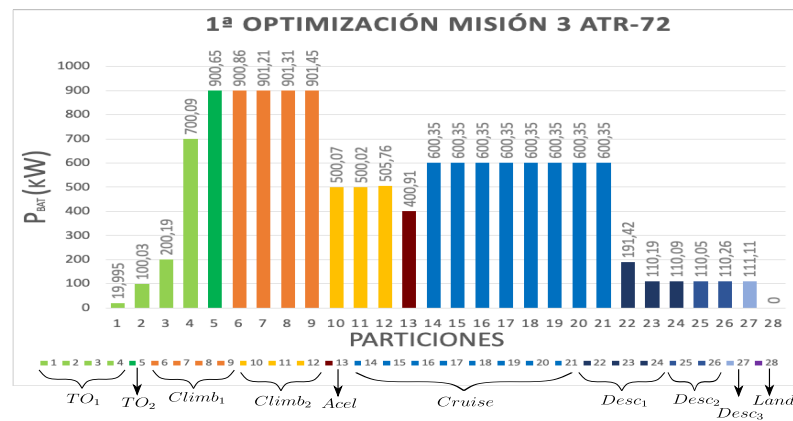


Figura 6.14 Vector solución de potencia de baterías proporcionado por la primera optimización para la misión 3 del ATR-72.

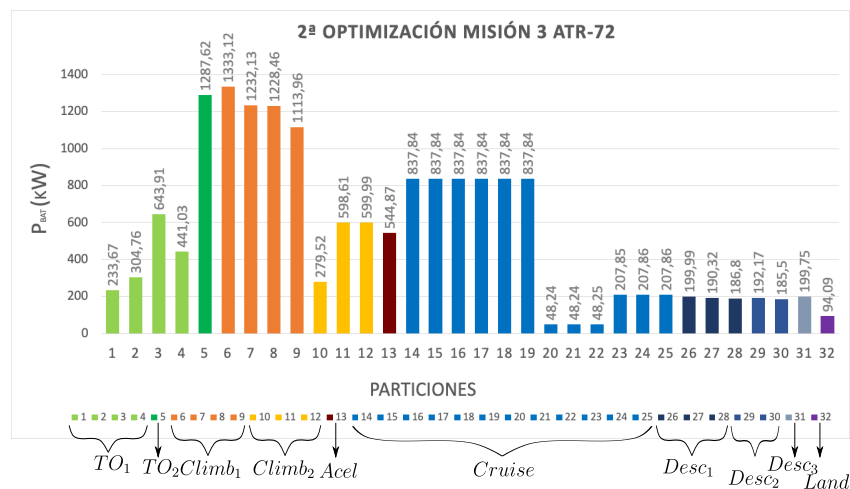
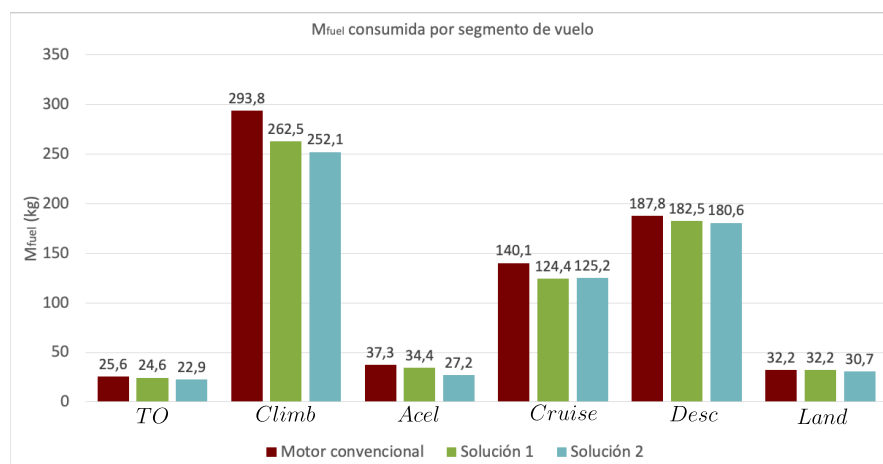


Figura 6.15 Vector solución de potencia de baterías proporcionado por la segunda optimización para la misión 3 del ATR-72.



Se atisba en primera instancia como con el número de celdas del que se ha dotado a ambas optimizaciones, las soluciones idóneas pasan por descargar baterías, es decir, encontrarse bajo un modo de funcionamiento de motor térmico + motor eléctrico, durante toda la misión, inclusive en el aterrizaje en la segunda misión. Ello goza de cierta importancia pues es ésta una fase donde el empuje se hace progresivamente tender a cero y, por contra, *lsqnonlin* considera que en el segundo estudio se ha de prolongar la capacidad de las baterías casi hasta el ultimísimo instante. En la 2ª optimización la participación eléctrica tiene una cierta implicación en el tramo de rodadura del despegue pero no es hasta la fase de redondeo cuando  $P_{bat}$  experimenta un brusco aumento hasta valores del orden de 1MW (el pico se alcanza en la primera partición del *climb* con 1.333MW) que se mantienen durante la primera subida. La implementación de las baterías en una aeronave de mayor magnitud repercute significativamente en mayores exigencias y en la necesidad de incluir un mayor peso en baterías que no sería soportable de no gozar de una estructura más resistente. En definitiva, todos estos aspectos son congruentes y consolidan el que la masa de baterías implicada en esta misión es más que asumible para un modelo como el ATR-72 pero haber aumentado notoriamente el alcance de las misiones podría haber derivado en sobrepasar el valor limitante de peso en baterías en el B200, conclusión que ya se llegó a extraer en la sección 4.3. Por su parte, en la primera solución el aumento de la potencia se adelanta a la última partición del  $TO_1$  y permanece casi constante durante  $TO_2$  y  $Climb_1$  con 900kW. Los segmentos de aceleración, segunda subida y descenso no cuentan con unas diferencias abismales entre soluciones pero es en crucero donde el optimizador introduce cambios en función del dimensionado. Mientras que arriba en el crucero durante sus 8 particiones se mantiene un valor fijo de 600kW, en la segunda gráfica se aprecia como la mitad del crucero se efectúa con descargas algo más exigentes, para durante casi 3 particiones estar en una configuración casi de motor convencional y las últimas imponer unas  $P_{bat}$  que casan con las que se inicia el descenso. La potencia eléctrica que participa en el aterrizaje es de unos nada despreciables 94kW, cuyo efecto se habrá de examinar en el consumo de combustible.

De hecho, la siguiente gráfica de resultados acerca de las optimizaciones resueltas incluye los consumos de combustible en las distintas fases de vuelo tanto para motor convencional como para las dos soluciones con plataforma híbrida.



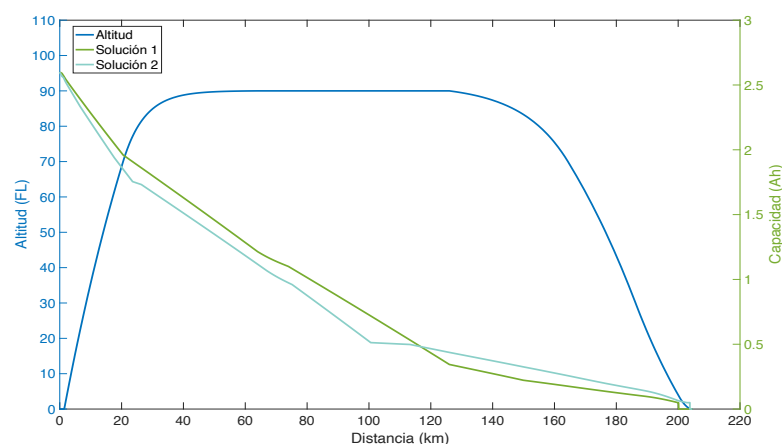
**Figura 6.16** Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con las estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 3 del ATR-72.

Las estrategias de hibridación optimizadas resultan en un consumo de fuel durante la misión completa de 660.64kg con la primera solución y 638.67kg con la segunda. Estos resultados han de

ser comparados con los 716.83kg que un ATR-72 en su configuración convencional habría requerido para esta misión. Las reducciones porcentuales que con una y otra estrategia se logran son de un 7.84 % y 10.90 %, valor muy inferior al 30 % que para este mismo alcance se lograba reducir el fuel en el B200. Bien es cierto que en términos absolutos, los kilogramos que de carburante se ahorra la aerolínea con la segunda optimización serían casi el doble con respecto a la mejor de las soluciones del B200. En cierto modo, cabía esperar una mejora más sustancial del consumo al implementar baterías en esta aeronave comercial pero se atisba que quizás no sea esta misión de tan corto alcance aquella en la que la plataforma híbrida ofrezca sus mejores prestaciones para el ATR-72. De entre las optimizaciones lanzadas, sin duda es la segunda la de mejor rédito e incluso podría decirse que la primera ofrece unos resultados bastantes pobres que harían desestimar la inclusión de baterías para esta aplicación, al menos, con ese dimensionado.

En un examen más profundo de la evolución en los distintos segmentos de vuelo, el aspecto que de primeras llama la atención del lector es el hecho de que tanto el segmento de ascenso como el de descenso pasen a consumir más fuel de lo que lo hace el crucero, a diferencia de lo que se registraba para el B200. Este hecho no es tan sorprendente si uno se retrotrae a la figura 5.5 en la que quedaban incluidas las duraciones de cada tramo y en el que se observaba como subida y descenso eran hasta 4 min superiores en duración al crucero dentro de una misión que apenas dura media hora, fundamentado en la necesidad de ascender 6000ft más que el B200 para un recorrido de igual distancia. Ello da pie a pensar que el refinamiento en cuanto al número de particiones debiera haberse focalizado en ascenso y descenso quizá en lugar de en el crucero. Más allá de este hecho que conduce al doble de consumo en ascenso que en crucero (se suma a la mayor duración el que en ascenso se requiere un exceso de empuje), el optimizador proporciona una estrategia con la que se reduce hasta en 40kg el consumo de fuel en este segmento más exigente frente a la situación con turbina de gas y de 10kg en comparación con la otra solución aportada. La segunda solución minimiza el consumo de fuel más aún que la primera en los tramos de aceleración, descenso y aterrizaje también pero no así en el crucero donde es probable que el hacer casi nula la contribución de las baterías durante un cuarto del crucero es responsable de obtener una mayor demanda de fuel.

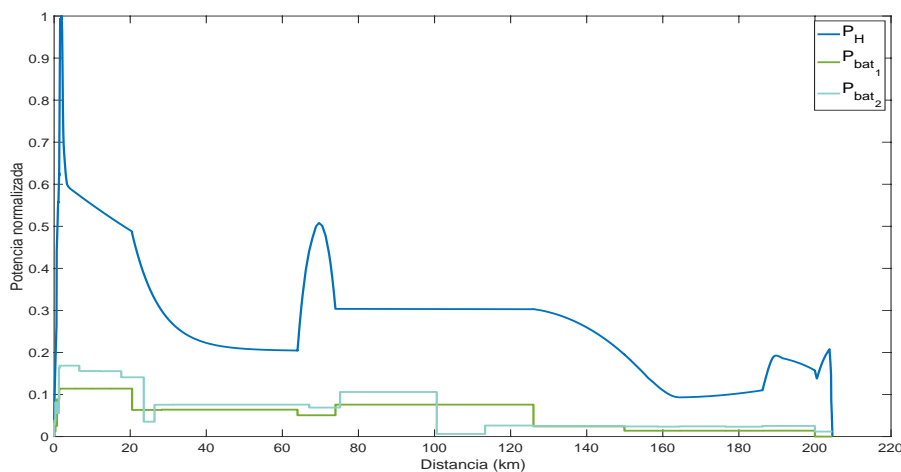
Otro resultado digno de comentario es la evolución que la capacidad de las baterías presenta a lo largo de la misión. Con este propósito se han representado en una misma gráfica el SOC de las celdas para una y otra estrategia de optimización frente a la distancia recorrida junto al perfil de vuelo.



**Figura 6.17** Capacidad de las baterías con las dos estrategias proporcionadas por el optimizador para la misión 3 del ATR-72.

En las dos situaciones se parte de baterías a tope en el despegue pero las mayores demandas de potencia en media en la segunda de las soluciones desde el aterrizaje hasta la mitad del crucero explican que la curva '*Solución 2*' se mantenga por debajo aún contando con un módulo eléctrico con más paralelos. La reducción en la exigencia con que se continúan descargando las baterías al final del crucero para esta segunda solución se traduce en un importante cambio de pendiente que permite asegurar que las baterías perduren durante la misión completa. En realidad, es la primera solución de optimización en la que las baterías están disponibles para su uso inclusive en el aterrizaje. El pequeño escaloncito que en las dos curvas se aprecia mirando con esmero su parte final se debe al margen de capacidad con que las celdas se dejan por motivos de seguridad. Con respecto a las gráficas que de esta misma naturaleza se aportaban para el B200, destacar que la mayor relevancia del ascenso en esta misión deriva en una mayor caída de la capacidad durante el mismo, agotándose alrededor de un 25 % de su capacidad nominal, y que la tendencia lineal del crucero por permanecer las  $P_{bat}$  constantes en él se diluye un poco por su menor duración temporal.

Al igual que en anteriores ocasiones, se incluye la gráfica con las evoluciones de la potencia demandada y de la proporcionada por las baterías a la hélice en cada optimización con respecto al valor máximo de potencia requerida registrada en la misión cuyo valor es  $P_{max} = 7.90 MW$  (guarda un factor de x4.4 con respecto a la potencia máxima en el B200 siendo el cociente de pesos máximos al despegue de 4).

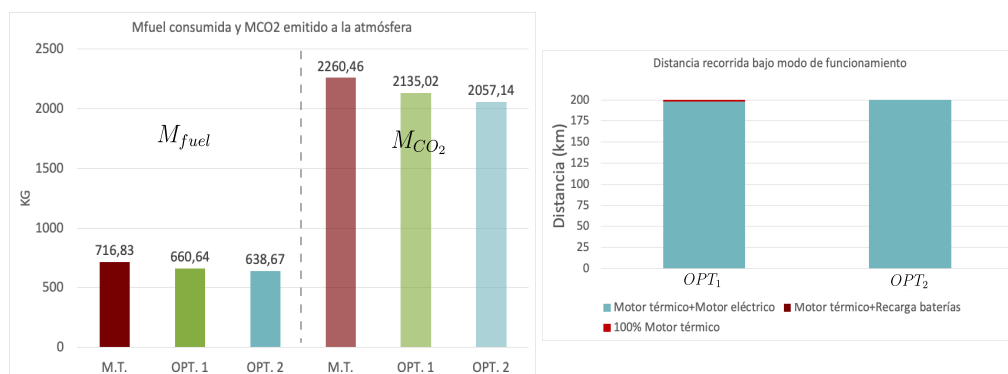


**Figura 6.18** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para las dos estrategias de hibridación optimizadas para la misión 3 del ATR-72.

Las curvas para las potencias de baterías normalizadas toman valores bajos con respecto a aquellos con los que esta aeronave lidia en su misión, con lo que se asume que el vector de limitaciones superiores, con la intención de reducir el rango de búsqueda del optimizador y con ello el tiempo de computación, se ha subestimado algo más de lo que se debiera. La relación porcentual máxima de  $P_{bat}$  con respecto a  $P_H$  se alcanza para la segunda estrategia en la fase final del ascenso, rozando un 40 % de la contribución de las baterías en estos instantes. Ello no quita que el valor más elevado de potencia eléctrica normalizada se alcanza allá donde las exigencias son mayores, en definitiva, en el despegue, con valores de 0.12 y 0.18 para la primera y segunda solución respectivamente. La implicación eléctrica en el crucero es de alrededor del 25 % con las estrategias alcanzadas y pasa a ser testimonial en el descenso con valores relativos del 10 % que garantizan llegar al final de la misión la capacidad de baterías justa. En relación con la posibilidad de haber acrecentado los valores del vector  $u_b$  de entrada a *lsqnonlin*, con los introducidos el optimizador ya por sí mismo ha preferido mantener las descargas a intensidades por debajo de las máximas que se llegarían

a permitir, con lo que puede ser cierto que la modificación de  $u_b$  que podría parecer interesante no conduzca a soluciones muy distintas. Más bien el comentario que viene a colación es que se corrobora la inferioridad de la propulsión eléctrica frente a la convencional en aspectos de energía específica pues portando una masa en baterías incluso superior a la de fuel consumido, la aportación que las baterías tienen en la propulsión de una aeronave de un tamaño ya considerable no supera en ningún momento el 50 %. Las aeronaves comerciales, al menos con la modelización de este Proyecto, parecen estar lejos de su paso a ser totalmente eléctricas y, en caso de hibridarse la turbina de gas seguirá jugando el papel principal.

Se adjunta un último diagrama sobre estas dos optimizaciones de la misión 3 del ATR-72 con el que dejar reflejado cómo el modo de funcionamiento motor térmico + turbina de gas se extiende a toda la misión menos el aterrizaje con la estrategia 1 y a los 200km completos con la segunda. La emisión de gases contaminantes podría sustentar la introducción de baterías en esta aplicación concreta. Por contra, incluso con la mejor de las soluciones de optimización la rebaja que en gases contaminantes se alcanza es de apenas 200kg, valor considerablemente inferior al que se dedujo para la misión de 200km del B200 con hasta 400kg de diferencia. Este último dato, invita a afirmar que la misión planteada no es proclive a la implementación de una plataforma híbrida en lugar de tan solo un motor convencional en un ATR-72 pues pese a que indudablemente se reduce algo el consumo de combustible y, congruentemente, el  $CO_2$  generado, los resultados desde el punto de vista tanto ecológico como económico son mucho más pobres que los que arrojaron las distintas estrategias de optimización en el B200.

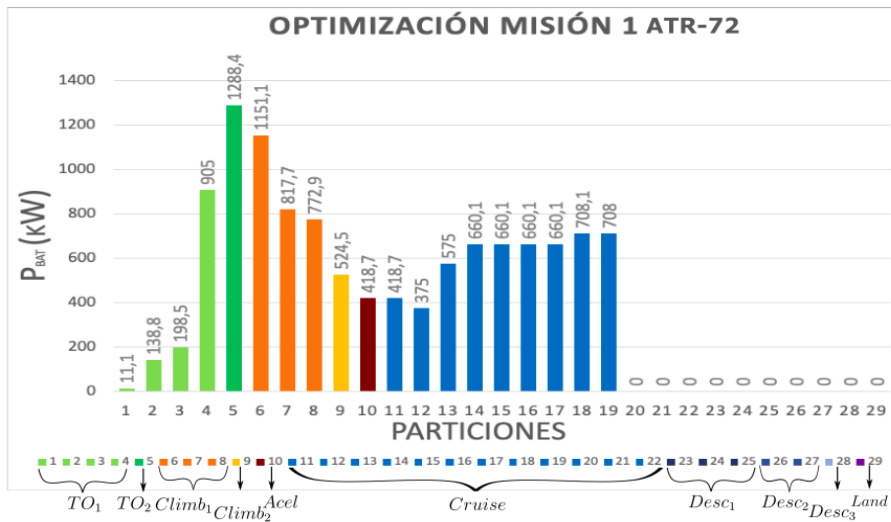


**Figura 6.19** Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de  $CO_2$  emitida con cada una de las optimizaciones y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en cada optimización.

La misión de 200km no es lo suficientemente representativa de los beneficios que la hibridación de un ATR-72 puede conseguir y es por ello que se pretenden extraer unas conclusiones más ciertas a partir de la optimización de una misión con un alcance más común de este modelo de avión, como son los 600km que aproximadamente conectan ciudades como Madrid-Sevilla. Con tal intención se introduce en *lsqnonlin* un único vector de condiciones iniciales como el que a continuación se incluye, con unos vectores límite superior e inferior para la potencia de las baterías que poco difieren de los incluidos en la optimización de la misión de 200km del B200. La misión que se va a proceder a optimizar cuenta con ligaduras de vuelo idénticas a las explicadas para la misión 1 del ATR-72 en la sección 5.1.1, con la salvedad de que el crucero se reduce un poco para cuadrar un alcance de 600km.

$$\begin{aligned}
 x_0 &= \left[ \underbrace{11, 140, 200, 900}_{n_{TO_1}=4}, \underbrace{1300}_{n_{TO_2}=1}, \underbrace{1000, 800, 650, 500}_{n_{Climb_1}=4}, \underbrace{450 \dots 450}_{n_{Climb_2}=3}, \underbrace{500}_{n_{Ac}=1}, \underbrace{600 \dots 600, 700 \dots 700}_{n_{Cruise}=8}, \underbrace{200 \dots 200}_{n_{Desc_1}=3}, \underbrace{100, 100}_{n_{Desc_2}=2}, \underbrace{100}_{n_{Desc_3}=1}, \underbrace{20}_{n_{Land}=1} \right] kW \\
 u_b &= \left[ \underbrace{300, 450, 550, 1400}_{n_{TO_1}=4}, \underbrace{2000}_{n_{TO_2}=1}, \underbrace{1400 \dots 1400}_{n_{Climb_1}=4}, \underbrace{600}_{n_{Climb_2}=3}, \underbrace{700}_{n_{Ac}=1}, \underbrace{1000 \dots 1000}_{n_{Cruise}=8}, \underbrace{300 \dots 300}_{n_{Desc_1}=3}, \underbrace{200, 200}_{n_{Desc_2}=2}, \underbrace{200}_{n_{Desc_3}=1}, \underbrace{100}_{n_{Land}=1} \right] kW \\
 l_b &= \left[ \underbrace{0 \dots 0}_{n_{TO_1}=4}, \underbrace{0}_{n_{TO_2}=1}, \underbrace{-3000 \dots -3000}_{n_{Climb_1}=4}, \underbrace{-3000}_{n_{Climb_2}=3}, \underbrace{-3000}_{n_{Ac}=1}, \underbrace{-3000 \dots -3000}_{n_{Cruise}=8}, \underbrace{-3000 \dots -3000}_{n_{Desc_1}=3}, \underbrace{-3000, -3000}_{n_{Desc_2}=2}, \underbrace{-3000}_{n_{Desc_3}=1}, \underbrace{-3000}_{n_{Land}=1} \right] kW
 \end{aligned}$$

El dimensionado en esta optimización escogido parte de disponer un número de celdas tal que se asegurase una potencia de 600kW para el vuelo de un ATR-72 en condiciones de crucero a  $V=146\text{m/s}$  y  $h=18000\text{ft}$  durante 400km de distancia. Contando con que  $N_{serie}$  está fijado en 73 celdas, se precisan 699 paralelos para cumplir con tal premisa, que constituyen un peso total de módulo eléctrico de 2474.8kg. Las baterías pasarían a contribuir el doble en el peso total de la aeronave con respecto a la misión de 200km inicialmente planteada en esta sección. Siguiendo un razonamiento completamente análogo en cuanto a la distribución de pesos en la aeronave ( $MTOW = 22800\text{kg}$ ,  $MZFW = 12950\text{kg}$ ,  $M_{bat} \approx 2500\text{kg}$  y  $M_{fuel} \approx 1600\text{kg}$  manteniendo un cierto factor de seguridad), se deduce que la masa reservada a carga de pago pasa a ser de 5750kg, equivalente a unas 58 personas, lo cual se traduce en una reducción de un 19.4 % en el número de billetes que la aerolínea podría llegar a vender por vuelo de no llevar baterías. Las soluciones que el optimizador proporcione podrán ser también comparadas en términos económicos en base a la disponibilidad de huecos para el pasaje y el consumo de combustible.

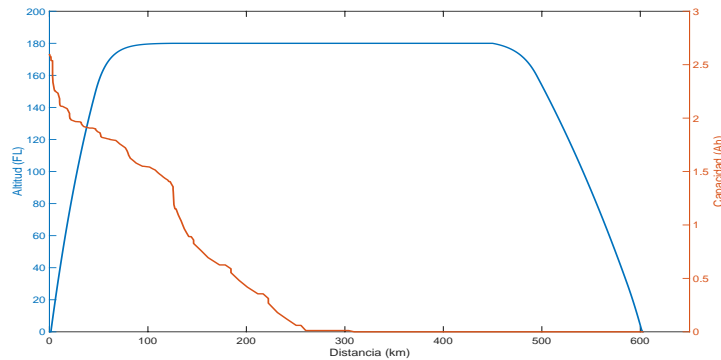


**Figura 6.20** Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión 1 del ATR-72.

Partiendo del vector inicial que antes se planteó, *lsqnonlin* consideró la estrategia de empleo de las baterías representada en forma de diagrama de barras como la óptima para la minimización del consumo de fuel. Pese a tratarse de un dimensionamiento algo inferior a lo que cabía esperar para una misión de este alcance (ello se debe a que un paquete eléctrico de mayores dimensiones empezaba a comprometer la carga de pago disponible), el optimizador elude la recarga de baterías, como sí que ocurría en condiciones del estilo en la misión del B200, y decide imponer descargas hasta finiquitar la capacidad de las celdas en torno a la mitad del crucero. La tendencia en el despegue es análoga

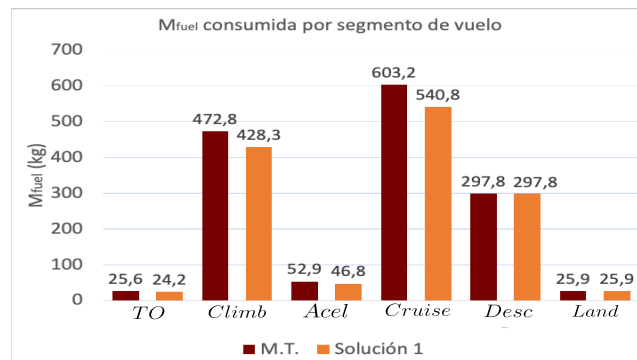
al resto de optimizaciones, con un comportamiento creciente hasta alcanzar el pico al final del *Take off* con hasta 1.29MW de descarga útiles para la propulsión. La mayoría de las particiones del crucero se ejecutan con una cesión de potencia eléctrica incluso superior a la que el módulo eléctrico había sido dimensionada (600kW), lo cual sumado a que previamente se ha consumido energía en despegue y ascenso justifica la pronta extenuación de las celdas.

Algunos comentarios se clarifican aún más al introducir una gráfica con la capacidad de las baterías frente a la distancia recorrida, y es que se evidencia una descarga de las baterías mucho más enérgica o exigente de la que en anteriores optimizaciones se obtuvo pues la pendiente es un tanto mayor. De hecho, casi 0.6Ah de los 2.6Ah que en condiciones nominales disponen estas baterías son consumidos prácticamente en la fase de despegue.



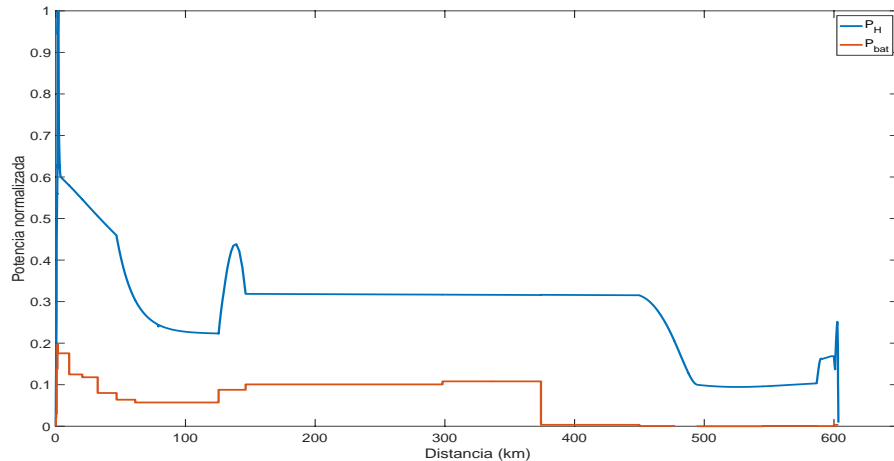
**Figura 6.21** Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión 1 del ATR-72.

El consumo de combustible en ausencia de energía eléctrica para la propulsión en la misión planteada sería de 1478.21 kg. Esta cantidad se reduce hasta 1363.81 kg en caso de añadir baterías y con la estrategia de hibridación proporcionada por el optimizador, una reducción de 114.4 kg en carburante que constituyen un 7.74 % del total. A fin de cuentas, se llega a un ahorro del orden de los que fueron alcanzados con la hibridación en la misión de 200 km. Por tanto, no es tanto el alcance de la misión lo que condiciona los ahorros porcentuales que se alcanzan sino la plataforma de aeronave en la que el módulo eléctrico es implementado. Si se hace distinción por segmentos de vuelo, es el ahorro en el crucero el que contribuye más notoriamente al cómputo global con hasta 63 kg, seguido del crucero. El que en las fases de descenso y aterrizaje se tengan idénticos valores de fuel consumido se fundamenta en que las baterías no desempeñan papel alguno y el motor pasa a ser 100 % térmico.



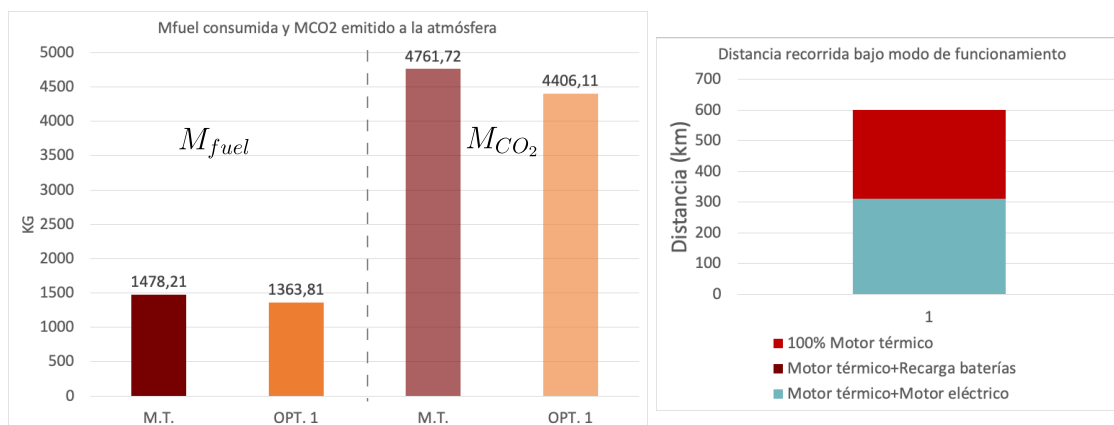
**Figura 6.22** Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia óptima de hibridación para la misión 1 del ATR-72.

La potencia máxima requerida por la hélice en la envuelta completa es de  $7.8MW$ , registrándose el máximo de potencia eléctrica proporcionada por las baterías en ese mismo instante. El diagrama con las potencias normalizadas representa como, hasta el momento en que se cuenta con baterías disponibles, la contribución eléctrica es importante, hasta un tercio de lo demandado por ejemplo en crucero.



**Figura 6.23** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia óptima de hibridación para la misión 1 del ATR-72.

Los resultados aquí obtenidos aplican a un único vuelo; si bien, tratándose de una aeronave tan ampliamente extendida como es el ATR-72, ha de interiorizarse que misiones de esta naturaleza serán realizadas por decenas a diario. En consecuencia, pese a que el ahorro relativo en masa de combustible no es abrumador, los más de 300kg que de  $CO_2$  dejan de ser emitidos a la atmósfera por cada vuelo, dotan de interés a la hibridación de la aeronave si su cuantifica su impacto tras miles de vuelo. Es ésta la primera misión en la que la distancia recorrida bajo condiciones de motor híbrido y convencional se hace del orden pues el optimizador decide que contar con una acometida de las baterías más energética en la primera mitad de la misión deriva en mejores resultados.



**Figura 6.24** Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de  $CO_2$  emitida con la optimización y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en la optimización de la misión 1 del ATR-72.

Las compañías aéreas y fabricantes de aeronaves cuantifican la rentabilidad de su flota aérea en base a los costes directos de explotación (DOC). En este sentido, se tratará de introducir un modelo *DOC*, desarrollado por Bardenhagen y Gobbin [14], que pueda ser aplicado a las aeronaves híbridas comerciales, en particular el ATR-72 por ser uno de los turboprop más extendidos, y evaluado en euros al nivel de precios de 2016.

El *DOC* anual de un avión consta de los costes en energía, tripulación, mantenimiento, costes de capital o tasas aeroportuarias:

$$DOC_{Total} = DOC_{Energy} + DOC_{Crew} + DOC_{Ma} + DOC_{Cap} + DOC_{Fees} \quad (6.2)$$

Para su cálculo se requieren los ciclos de vuelo (*FC*) anuales. El tiempo potencial de funcionamiento a lo largo de un año es de 8760 h en un ATR-72, considerando un tiempo de inactividad anual de 11,4 días y el toque de queda nocturno de la mayoría de aeropuertos de 11p.m. a 6a.m. En total 2121 ciclos de vuelo pueden ser volados con tal aeronave por año.

Los costes de combustible y electricidad se calculan tomando la quema de combustible ( $M_{fuel}$ ) en kg, el precio del combustible ( $p_{fuel}$ ) en €/kg, la energía de baterías requerida ( $E_{bat}$ ) en kWh y el precio de la electricidad ( $p_{elec}$ ) en €/kWh. La U.S. Energy Information Administration publica un pronóstico anual de los precios de la energía. Se prevé que el precio del combustible para 2035 sea de 0,934 \$/kg y que el precio de la electricidad sea de 0,114\$/kWh. Se toma un tipo de cambio de 0,87 para convertir dólares estadounidenses en euros:

$$DOC_{Energy} = 0.87 \cdot FC (M_{fuel} \cdot p_{fuel} + E_{bat} \cdot p_{elec}) \quad (6.3)$$

Una tripulación consta de una azafata por cada 50 pasajeros (*PAX*) y dos pilotos. Las aerolíneas calculan con cinco complementos de tripulación (*CC*) para operar una aeronave regional. Los sueldos anuales (*s*) son de 70.000€ por piloto ( $n_{FC}$ ) y 30.000€ por asistente de vuelo ( $n_{FA}$ ).

$$DOC_{crew} = CC \cdot (s_{FC} \cdot n_{FC} + s_{FA} \cdot n_{FA}) \quad (6.4)$$

Los costes de mantenimiento se separan en material de fuselaje ( $DOC_{AF,mat}$ ) y personal ( $DOC_{AF,per}$ ), motor ( $DOC_{Eng}$ ) y costes generales de tecnología ( $DOC_{Tec}$ ). De ellos tan solo los costes vinculados al mantenimiento de los motores podrían verse afectados en aeronaves híbridas. Sin embargo, de acuerdo a [14] los costes de mantenimiento del sistema de propulsión no difieren entre un sistema convencional y un sistema híbrido. Aunque los motores eléctricos requieren menos revisiones y reparaciones, los gastos adicionales para mantener dos sistemas diferentes se contraponen a esta ventaja. Sólo para una transmisión eléctrica completa se obtiene una reducción de hasta el 9%. En consecuencia, tanto el *DOC* de tripulación, de mantenimiento, como de tasas puede estimarse invariante entre una y otra configuración de aeronave (la proliferación de aeronaves híbridas probablemente se acompañaría de reducciones fiscales que por el momento no son contempladas).

Con todo ello, se tratará de plasmar las ventajas económicas que a las aerolíneas contrae la implementación de baterías en base al valor únicamente del  $DOC_{Energy}$ . En realidad, se calculará a partir de dicho valor el *CASM*, medida comúnmente utilizada en la industria aérea y expresada en céntimo de coste por cada milla náutica y asiento de pasajero.

$$CASM = \frac{DOC}{ASM} \quad (6.5)$$



Un *CASM* inferior significa que es más fácil para la aerolínea obtener un beneficio, ya que tienen que cobrar menos para compensar los gastos, no siendo garantía de rentabilidad. Además, *CASM* sólo debe ser comparado entre las compañías aéreas con cuidado pues una compañía aérea con una longitud media de etapa más larga tendrá un *CASM* más bajo por ser los costes fijos una parte menor de sus costes totales. El *ASM* es una medida del número de pasajeros que la aerolínea está capacitada para transportar en sus vuelos, en definitiva, el número de billetes que se pondrán a la venta.

Si se toman los resultados obtenidos para la optimización de la misión 1 del ATR – 72, donde la masa de fuel consumida asciende a 1363.81 kg y la energía de baterías precisada bajo la estrategia óptima de hibridación es 525.30 kWh, dado que además se disponía de una capacidad de carga de pago de unos 58 pasajeros ( $M_{payload} = MTOW - M_{fuel} - M_{bat} \rightarrow N_{pax} = M_{payload}/100kg$ ) se obtiene:

$$CASM_{conventional} = \frac{0.87 \cdot FC \cdot M_{fuel} \cdot P_{fuel}}{Range \cdot N_{pax}} = \frac{0.87 \cdot 2121 \cdot 1478.21 \cdot 0.934}{323.974 \cdot 72} = 109.22 \text{ cents}/(pax \cdot NM)$$

$$CASM_{hybrid} = \frac{0.87 \cdot FC(M_{fuel} \cdot P_{fuel} + E_{bat} \cdot P_{elec})}{Range \cdot N_{pax}} = \frac{0.87 \cdot 2121(1363.81 \cdot 0.934 + 525.30 \cdot 0.114)}{323.974 \cdot 58} = 130.97 \text{ cents}/(pax \cdot NM) \quad (6.6)$$

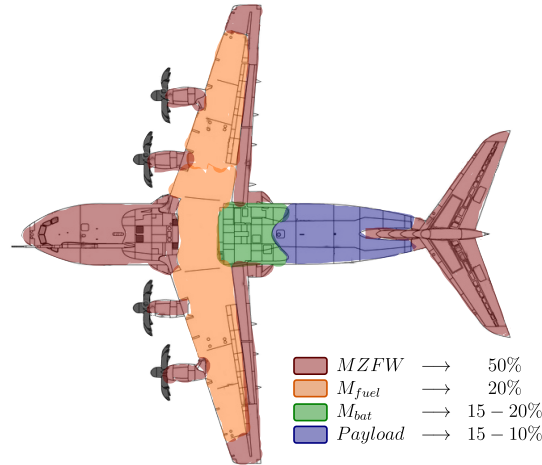
Los cálculos desarrollados vienen a constatar que, a pesar de la razón de peso de hibridizar las aeronaves en adelante para reducir la emisión de gases contaminantes, las aerolíneas pueden ver al corto plazo penalizado el rédito económico de sus vuelos. En particular, en estos vuelos de 600 km de alcance con el ATR-72 se tendría un coste superior en hasta 21 cent/(NM · pax), lo cual se fundamenta en la reducción del número de pasajeros que se está capacitado a llevar en un mismo avión en condiciones de avión híbrido y normal. Si se lograra reducir lo suficiente el peso en baterías como para disponer del mismo número de asientos, la rebaja lograda sería de 5 cent/(NM · pax); por contra, no parece un hito cercano y queda aún trabajo por hacer en este campo.

### 6.3 Optimización del A400M

El bloque de optimización se cierra con el estudio de una aeronave de transporte táctico con unas dimensiones y peso muy superiores a las anteriores. El A400M cuenta con un  $MTOW = 141000kg$  y no es de extrañar que esté capacitado para completar misiones de muy largo alcance. Su gran capacidad de carga permitirá deducir cómo de adecuado resulta introducir baterías en un avión de estas características, si las mismas están preparadas para soportar los requisitos energéticos que de una aplicación así se espera y permitirá extender ciertas conclusiones a las aeronaves de carácter comercial con que se realizan los vuelos trasatlánticos.

La misión que será objeto de optimización en este apartado es coincidente con la detallada en la sección 5.3.1 con la salvedad de que la distancia de los cruceros se reducirá para adecuarse a una misión de 2000km. Ello no tiene mayor justificación que el coste temporal de la optimización, pues de establecer una misión de mayor alcance, los instantes de tiempo para los que las ecuaciones diferenciales se particularizan serán mayores y se dará con una solución óptima en más tiempo. De hecho, la distinta morfología de la misión con respecto a las anteriores (se cuenta con un *stair cruise*) ha supuesto una reestructuración de las particiones asociadas a cada segmento con un total de 38, cifra superior a la manejada en optimizaciones previas.

Las condiciones de crucero para las que se adecua el dimensionamiento del paquete eléctrico serán más exigentes de lo que lo han venido siendo en el sentido de que se considera una altitud superior a  $h=30000\text{ft}$  y una mayor velocidad  $V=200\text{m/s}$ . Se espera que las baterías fuesen capaces de soportar una potencia de  $1.3\text{MW}$  de descarga durante los  $2000\text{km}$  de la misión. En base a todo ello, el número de paralelos resulta ser de  $N_{\text{paralelo}} = 6189$ , con lo que multiplicados por las 73 celdas en serie, se tiene un peso en baterías de  $21912.15\text{kg}$ . Se corresponde con el 15 % del peso máximo en despegue de este avión pero lo que es realmente sorprendente es que la masa del módulo de baterías se hace del orden de la anterior aeronave analizada, el ATR-72. Como en alguna ocasión se ha comentado, es un proceso condicionado pues una mayor  $MTOW$  deriva en mayores exigencias de potencia, la necesidad de más capacidad eléctrica de pretender soportar un vuelo y, por últimas, un mayor peso asociado que de alguna manera sustituye a capacidad de fuel o carga de pago. Este avión de transporte propulsado por 4 motores turbohélices está capacitado para trasladar una carga máxima de  $37\text{Tm}$  a  $3300\text{km}$ . Sin embargo, dado que de las  $141\text{Tm}$  la mitad es peso estructural, si se estima una masa de carburante holgada de  $30\text{Tm}$  por motivos de seguridad y con el peso del dimensionado considerado, restan  $20\text{Tm}$  para carga de pago que precisamente es un valor común en las misiones con este avión. La figura adjuntada pretende ilustrar el desglose de pesos en el A400M en caso de incorporar baterías: el 50 % de la masa es con independencia del dimensionamiento eléctrico y de la misión a ejecutar el peso estructural de este avión, se ha fijado por seguridad la masa de combustible a  $30\text{Tm}$  y la masa restante queda a repartir entre baterías y carga de pago con un cierto rango de elección en función de si se incorporan más o menos celdas.



**Figura 6.25** Desglose de pesos en un A400M con plataforma híbrida.

La diferencia en magnitud de este avión en comparación con los anteriores se traslada a las potencias que se manejarán y de ahí el que el vector limitante superior de las variables de diseño, las  $P_{bat}$  de las distintas particiones, pase a ser del orden del  $\text{MW}$ . Del mismo modo, como valor limitante de recarga se pasan a tener hasta  $1.5\text{MW}$ , quedando descartada la recarga de celdas en el despegue pues se parte de capacidad al completo.

$$u_b = \left[ \underbrace{1, 2, 3, 8}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{10}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{8, 8}_{n_{climb1}=3}, \underbrace{5, 2}_{n_{climb2}=1}, \underbrace{5, 2, 5, 2}_{n_{cruc1}=4}, \underbrace{4}_{n_{climb3}=1}, \underbrace{4, 8, 4, 8}_{n_{climb4}=4}, \underbrace{5, 2}_{n_{climb5}=1}, \underbrace{6, 6}_{n_{ac}=3}, \underbrace{6, 4, 6, 4}_{n_{cruc2}=8}, \underbrace{2, 8, 2, 8}_{n_{desc1}=2}, \underbrace{2, 2}_{n_{desc2}=4}, \underbrace{2, 8}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{0, 4}_{n_{land}=1} \right] \text{MW}$$

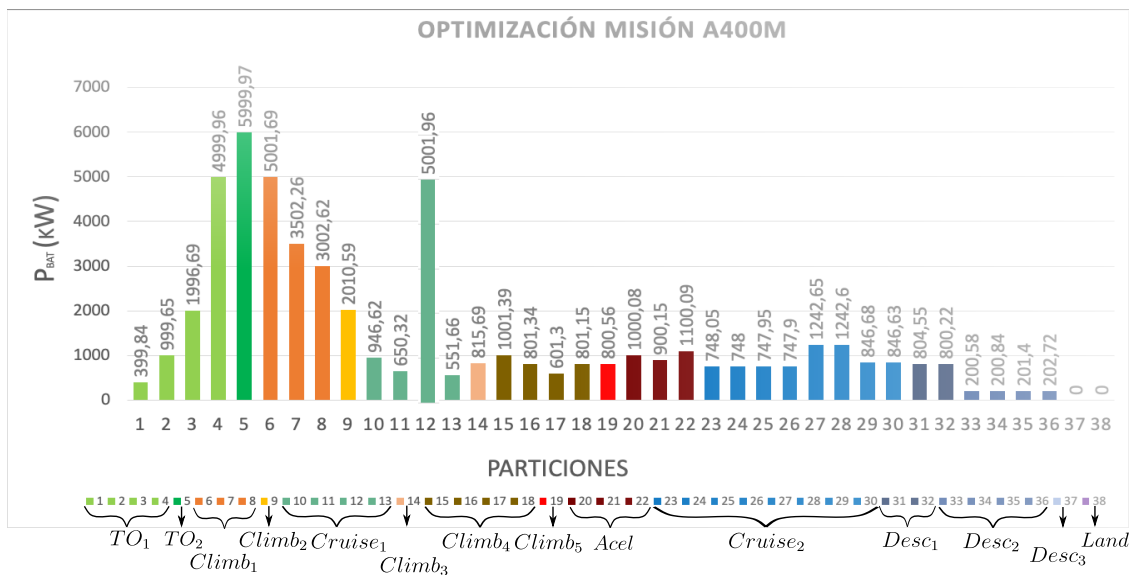
$$l_b = \left[ \underbrace{0, 0}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{0}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{climb1}=3}, \underbrace{-1.5}_{n_{climb2}=1}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{cruc1}=4}, \underbrace{-1.5}_{n_{climb3}=1}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{climb4}=4}, \underbrace{-1.5}_{n_{climb5}=1}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{ac}=3}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{cruc2}=8}, \underbrace{-1.5, -1.5}_{n_{desc1}=2}, \underbrace{-1.5, \dots, -1.5}_{n_{desc2}=4}, \underbrace{-1.5}_{n_{desc3}=1}, \underbrace{-0.1}_{n_{land}=1} \right] \text{MW}$$

En cuanto al vector de condiciones iniciales que es introducido en el optimizador, se partirá de

una solución con descarga de baterías durante toda la misión a excepción del segmento de aterrizaje con un funcionamiento convencional. Se pretende comprobar si en una misión de tan alto recorrido, donde los tiempos son asimismo considerables, el optimizador opta sin embargo por aumentar las exigencias en tramos iniciales y requerir de la recarga durante algún instante para poder seguir haciendo uso del paquete eléctrico. En cierto modo, es un buen ejercicio de análisis acerca del modo recarga en la plataforma híbrida.

$$x_0 = \left[ \underbrace{0.4, 1.2, 5}_{n_{TO1}=4}, \underbrace{6}_{n_{TO2}=1}, \underbrace{5, 3.5, 3}_{n_{Climb1}=3}, \underbrace{2}_{n_{Climb2}=1}, \underbrace{0.9, 0.6, 5, 0.5}_{n_{Cruise1}=4}, \underbrace{0.8}_{n_{Climb3}=1}, \underbrace{1, 0.8, 0.6, 0.8}_{n_{Climb4}=4}, \underbrace{0.8}_{n_{Climb5}=1}, \underbrace{1, 0.9, 1.1}_{n_{Acc}=3}, \underbrace{0.7 \dots 0.7, 1.2, 1.2, 0.8, 0.8}_{n_{Cruise2}=8}, \underbrace{0.8 \dots 0.8}_{n_{Desc1}=2}, \underbrace{0.2 \dots 0.2}_{n_{Desc2}=4}, \underbrace{0.2}_{n_{Desc3}=1}, \underbrace{0}_{n_{Land}=1} \right] MW$$

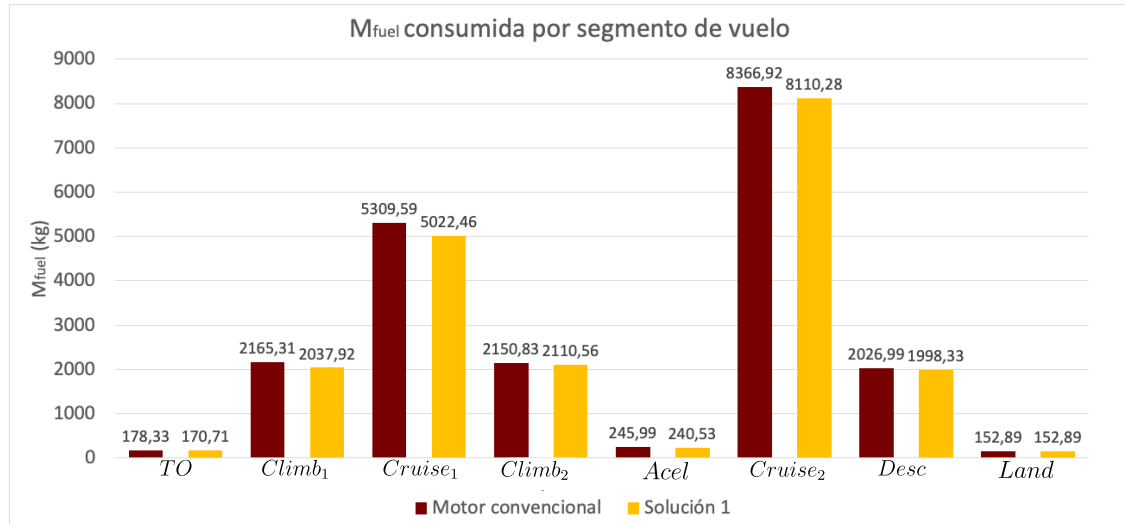
El iterante inicial es ciertamente un buen primer intento pues ha sido definido de manera tal que la capacidad de las baterías se sitúa próxima a su agotamiento en torno al aterrizaje, maximizándose su funcionamiento en el vuelo. La solución proporcionada por *lsqnonlin* con el objetivo de hacer mínimo el consumo de combustible en toda la misión es la a continuación representada en el diagrama de barras y fue hallada tras 4 días de simulación.



**Figura 6.26** Vector solución de potencia de baterías proporcionado por el optimizador para la misión del A400M.

Uno de los aspectos que pudiera suscitar controversia sobre la solución alcanzada es que las componentes no difieren en demasía de las inicialmente introducidas en la optimización. Con intención de verificar la idoneidad del resultado se introdujeron multitud de estrategias con las que también se agotaba la capacidad prácticamente al final de la misión y en ninguna de ellas se llegó a un resultado que mejorara el presente. La potencia de carácter eléctrico experimenta un crecimiento bastante abrupto durante el despegue, llegando a alcanzar cifras de hasta 6MW que son del orden de 6 veces las que el optimizador decide fijar para los cruceros. En el primero de los ascensos se va disminuyendo progresivamente la potencia implicada en la propulsión hasta llegar al rango de los 500-1000kW que se mantendrá en ambos cruceros, segunda subida y descenso. Pese a que se da la horquilla de valores comentada, la escala del diagrama hace creer que fuesen más similares entre particiones. Tan solo rompe la tendencia anterior la descarga con 5MW durante un cuarto del primer crucero. Un aspecto curioso es el que la descarga de baterías sea más valiosa, a

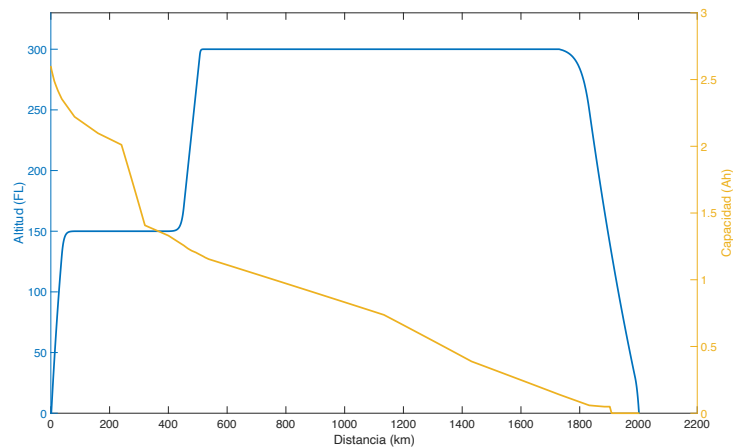
excepción de la partición mencionada, en el crucero de mayor duración pese a ser más tardío, con lo que parece ser más ventajoso tratar de reservar capacidad en el crucero a menor altitud para poder soportar la misión casi completa. Tan solo la fase inicial de redondeo en el descenso cuenta con intensidades de descarga considerables que rápidamente bajan en su segunda fase donde se agotan por capacidad las celdas.



**Figura 6.27** Comparativa de la masa de combustible consumida con motor convencional e híbrido con la estrategia óptima de hibridación para la misión del A400M.

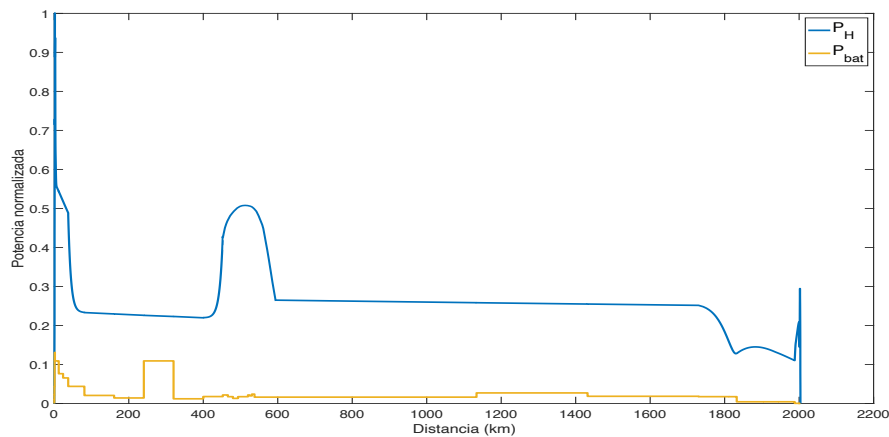
La estrategia óptima de hibridación en el A400M permite reducir el consumo de carburante desde los 20596.85kg que se tendrían en condiciones normales hasta 19843.68kg, una rebaja de unos escasos 753.17kg, que suponen un 3.7 % del total. Probablemente cabía esperar una mejoría más acusada en estos resultados pero si se tiene en mente el que para ahorrarse 700kg de fuel se han debido incorporar 20Tm de baterías, existe un precio a pagar por portar este peso añadido en el avión. Otra vez sale a relucir la gran diferencia de energías específicas entre los combustibles fósiles y las baterías eléctricas con un ratio de 43:1. En cuanto a segmentos de vuelo, son los cruceros aquellos donde más se consume y donde se consiguen mayores ahorros de fuel, incluso en mayor medida en el crucero de menor altitud pese a su menor distancia con cerca de 300kg economizados debido sin duda a la partición destacada con 5MW. La gran implicación que de las baterías precisa la hélice en el despegue no se traduce por contra en un ahorro de fuel exagerado pues tan solo se logra reducir el mismo unos míseros 8kg.

El diagrama con el que se está ya familiarizado de SOC vs. Distancia destaca por la importante caída que la capacidad enfrenta durante despegue, primera subida y primer crucero pues se consume la mitad de la capacidad con que las celdas cuentan. Ello fuerza, si se pretende no recargar las baterías, como es el caso, a reducir las potencias de descarga en posteriores fases del vuelo para prolongar su contribución a la propulsión hasta que resten 100km de la misión. En comparación con otras aeronaves, puesto que las baterías implementadas en todas ellas se consideran idénticas, los aumentos de potencias con que se trabaja fundamentalmente en el despegue lleva a que las caídas de capacidad en el mismo vayan tomando mayor peso al subir de tonelaje y que la pendiente de la curva se deba aminorar durante una mayor fracción de la misión.



**Figura 6.28** Capacidad de las baterías con la estrategia proporcionada por el optimizador para la misión del A400M.

La gráfica con potencias normalizadas con respecto al valor máximo demandado de más  $60\text{ MW}$  (a repartir entre los 4 motores) sigue con la tendencia de menores implicaciones eléctricas en la propulsión conforme la aeronave va aumentando de tamaño. En la mayor parte de la misión, la contribución eléctrica se mantiene en torno al 10 % de la que instantáneamente se esté proporcionando a la hélice y es tan solo en despegue y la tercera partición del primer crucero donde las potencias de descargan superan el 10 % de la máxima. De hecho, en esta partición que se extiende por unos 50 km el paquete eléctrico tiene la misma importancia que la turbina de gas en la propulsión de la aeronave. El motivo de haber de nuevo desestimado el optimizador la recarga, aún tratándose de una misión de unas 4h, es que resulta más costoso a la postre extraer potencia de la turbina para dárselo a las baterías, que hacerlo y poder ahorrar fuel con la descarga de baterías en fases venideras.



**Figura 6.29** Potencias demandada y proporcionada por las baterías normalizadas para la estrategia óptima de hibridación para la misión del A400M.

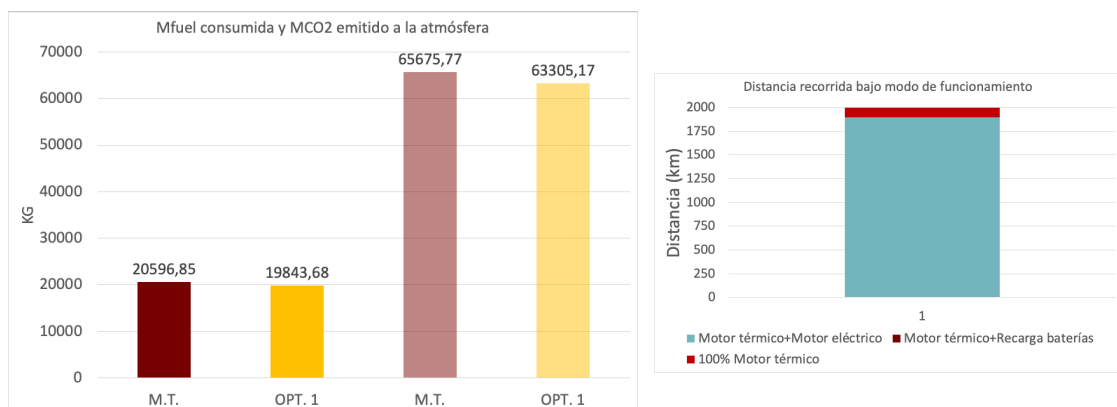
En esta última gráfica comparativa se aprecia como la reducción en el consumo de combustible de un 3.7 % permanece idéntica en los que respecta a las emisiones de  $\text{CO}_2$  al ambiente, 2370.6 kg que por haber introducido baterías no serán directamente generados por el avión. En términos relativos los ahorros de los que se están hablando para el A400M no son ni mucho menos extraordinarios; si bien, es un hecho que en el mes de mayo de este mismo año la flota mundial de estas aeronaves

alcanzó las 100000h de vuelo que de haber sido completadas con una plataforma híbrida de este modelo y considerando una media de emisiones acorde a las 65Tm que aquí se obtuvieron para 3h 28min de vuelo, se llega a unos resultados que vuelven a dar fuerza a la idea de la hibridación de aeronaves:

$$\left. \begin{array}{l} M_{fuel, mision} = 20596.85 \text{ kg} \\ t_{mision} = 3h \ 28min \end{array} \right\} \longrightarrow 5941.40 \text{ kg/h} \xrightarrow[10^5 \text{ h}]{-3.7\%} \downarrow 21.983 \cdot 10^3 \text{ Tm de fuel}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{CO_2, mision} = 65675.77 \text{ kg} \\ t_{mision} = 3h \ 28min \end{array} \right\} \longrightarrow 18944.93 \text{ kg/h} \xrightarrow[10^5 \text{ h}]{-3.7\%} \downarrow 70.096 \cdot 10^3 \text{ Tm de } CO_2$$

Se trata de un cálculo algo burdo pero que proporciona una idea de la magnitud de emisiones que aviones de la talla del A400M, incluso los aviones transoceánicos que día tras día realizan miles de vuelos, pueden conllevar. En lo que respecta a sus consecuencias económicas, considerando el precio del carburante recogido en la página 146 se tendría un ahorro del orden de 20.53M \$ en adquisición de combustible. Si a ello se resta el coste de adquisición de las 451797 celdas que componen el módulo eléctrico con el dimensionado considerado (en portales online se puede encontrar la unidad del modelo Sanyo UR18650NSX 2600mAh por un precio de alrededor de 1\$ en grandes cantidades) y estimando que las celdas habrán de renovarse por tareas de mantenimiento unas 40 veces (si cada vuelo de unas 4h se considera un ciclo y se han de completar alrededor de 600 ciclos para verse degradadas las cualidades de las celdas), así como la necesidad de recarga de las mismas por cada vuelo a acometer ( $DOC_{elec} = N_{cell} \cdot Q_{nom} \cdot V_{nom} \cdot P_{elec} = 0.482M$ ), la inversión completa en baterías sería de 18.07M \$ y el saldo neto saldría positivo por apenas 3M €, a expensas de incorporar otros matices como exenciones fiscales, menores dimensionados del motor convencional o menores gastos de mantenimiento del mismo que pudieran incrementar tal beneficio. Se concluye, por tanto, que al menos aplicado a una aeronave de las dimensiones del A400M la introducción de baterías no gozaría de mayor atractivo económico si no se consigue incrementar de forma más notoria el ahorro en fuel y tan solo los beneficios ecológicos a largo plazo pueden hacerlo ciertamente interesante para los gobiernos, y aerolíneas si llegaran a recibir compensaciones o subvenciones acordes. En cualquier caso, hasta llegar a su implementación en el avión se ha de seguir un proceso de desarrollo e investigación bastante costoso que a corto plazo resta aún más interés.



**Figura 6.30** Gráfica comparativa de la masa de combustible consumida y de  $CO_2$  emitida con la optimización y bajo configuración convencional, y distancia recorrida bajo distintos modos de funcionamiento en la optimización.

## 6.4 Conclusiones y desarrollos futuros

Esta última sección del Proyecto pretende hacer de cierre a todo el contenido que en el documento ha quedado reflejado y permitir citar algunas conclusiones que en global se han ido extrayendo. El primer matiz que sin lugar a dudas ha quedado constatado a la hora de modelar una plataforma híbrida es la clara desventaja que las baterías eléctricas presentan a día de hoy frente a los combustibles fósiles en cuanto a densidad energética. La introducción de potencia eléctrica para la propulsión de aeronaves repercute en descensos del consumo de fuel que en todos los casos han sido inferiores a la masa que en baterías se ha de introducir. Es éste por tanto un aspecto en el que las tecnológicas del sector de las baterías han de avanzar sobremanera de pretender abrirse un mercado amplio en la aviación no solo entre aviones de escasos pasajeros.

En efecto, fue con la aeronave de menor tonelaje de entre las analizadas, el B200, aquella para la que en términos relativos a lo que se obtendría en presencia únicamente de motor convencional, se obtenían unas mayores reducciones tanto de consumo de carburante como masa de gases contaminantes emitida. Plasmado en números, las reducciones porcentuales que con la mejor de las estrategias de optimización se obtuvo en el combustible consumido era de hasta un 30 % en el B200, un 11 % para el ATR-72 y apenas el 4 % en el A400M. Ello casa con el hecho de que el dimensionado del módulo eléctrico queda tremendamente limitado en una aeronave y en cuanto el peso de la misma se dispara, con las baterías de que se dispone en las misiones planteadas no alcanza como para que la proporción potencia de turbina de gas frente a potencia eléctrica llegue a ser del orden, como sí que ocurre en ciertas fases del vuelo en el B200. En este sentido, si se indaga acerca de proyectos de I+D+i enfocados a aeronaves bien sea eléctricas o híbridas suele ser una de las medidas de partida el remodelar el fuselaje y tratar de introducir composites allá donde sea posible para, teniendo una misma resistencia estructural, permitir mayor capacidad de albergar baterías.

Uno de los resultados comunes sin importar la aeronave es que en la fase de aterrizaje prima hacer uso de motor térmico por completo y, por norma general, haber agotado previamente la capacidad de las baterías. Esto viene a confirmar el que limitando el estudio a la fase del vuelo, interesa que las baterías partan de un estado totalmente cargado y agotar las mismas de modo que los procesos de recarga se ejecuten con el avión estacionado en tierra a la par que se carga combustible o se realizan otras operaciones. En relación con ello, salvo en aquellas optimizaciones en las que el dimensionamiento sea a priori pequeño para la misión a la que se aplica (3ª optimización de la misión del B200), el modo de funcionamiento siempre que se dispone de baterías es bajo condiciones de motor térmico + motor eléctrico por no introducir penalizaciones adicionales al consumo en la turbina de gas como sí que hace recargar baterías en vuelo, en otras palabras, el paso de energía química procedente del combustible a eléctrica para las baterías no termina de ser rentable. Todo ello pone de relieve la gran influencia que los dimensionamientos del paquete eléctrico tienen a la postre en el desempeño de una plataforma híbrida y cómo introducir más o menos celdas debe ser puesto en balanza con la reducción en *payload* que se asume.

También se ha podido consolidar que pequeñas mejoras porcentuales en aviones de grandes dimensiones a largo plazo pueden contribuir muy mucho a las medidas que contra el calentamiento global se están implementando en los distintos países. Bien es cierto que para llegar a adoptarse configuraciones híbridas en estas aeronaves, los fabricantes deben llegar a asegurar unos ahorros aún más destacados que no queden por debajo del 10 %.

Se debe hacer notar que este Proyecto es altamente dependiente de la elección de un modelo concreto de baterías por sus buenas condiciones para acometer altas intensidades y alta densidad energética, pero que los resultados podrían haberse mejorado algo de haber optado por alguna otra batería en el mercado. Una mejor adecuación de las discretizaciones de los distintos segmentos de vuelo a la evolución temporal de la potencia demandada por la aeronave permitiría mejorar los resultados alcanzados por ser más convenientes los repartos de potencia a lo largo de cada partición. Ello entra siempre en disputa con el tiempo de computación que ha de ser limitado y hace que especialmente en misiones de mayor alcance, la modelización de la optimización estuviera sujeta a claras mejoras. Igualmente, las optimizaciones realizadas quedaron a la espera de un segundo proceso de optimización en el que se diera con los adecuados dimensionamientos de motor térmico y eléctrico tales que entre ambos se asegurase el despegue de la aeronave en cuestión bajo un consumo mínimo de la turbina de gas. Son todos ellos aspectos que permitirían ir refinando las soluciones recogidas y llegar a unas conclusiones de mayor veracidad, en cualquier caso, en ausencia de ensayos.

Los resultados a lo largo de este Proyecto obtenidos no pueden ser entendidos como los óptimos en términos de ahorro de combustible por perfil de vuelo pues como en otros muchos problemas numéricos, las soluciones proporcionadas por el optimizador *lsqnonlin* no son más que extremos relativos; si bien, fue comprobada la escasa diferencia entre soluciones proporcionadas al comenzar desde distintos iterantes iniciales que pese a no ser probablemente el mínimo absoluto de la función objetivo diferirán por poco del mismo. Se aludió a que ello debe ser asimilado como una ventaja pues en la práctica las acciones a acometer por el piloto no son inamovibles y puede que aún alterando el perfil de vuelo planificado, exista otra estrategia de hibridación con la que llegar a una  $M_{fuel}$  del mismo orden. La palanca de gases a ajustar por el piloto precisamente habría de ser reconfigurada para que fijando una cierta demanda, de forma autónoma, el motor híbrido decidiera la porción a aportar por cada paquete.

Como conclusión a este Proyecto, se considera que no se cuenta con la suficiente madurez como para abordar la transformación a aviones híbridos en modelos comerciales como el ATR-72 o de transporte táctico como el A400M pues los beneficios medidos en términos bien sea ecológicos o económicos no invitan a realizar la inversión que en el corto plazo se habría de afrontar. Por contra, se ha venido a confirmar que aeronaves con baja capacidad de carga de pago del estilo del B200 son altamente proclives a la inclusión de baterías pues el número de celdas con que se trabaja no es tan elevado, con dimensionamientos de módulo eléctrico que cumplan con las limitaciones de peso se contribuye notablemente a la propulsión y las inversiones en términos económicos no son tan arriesgadas. Es una realidad ya existente en el mercado que son aeronaves de pequeñas dimensiones las que están comenzando a ser hibridadas y se puede llegar a entender como un paso intermedio a la consecución de aeronaves comerciales, en las que los ciudadanos de a pie suelen transportarse, de carácter híbrido a la par que se da tiempo a un mayor desarrollo del sector eléctrico y, en particular, de las baterías.



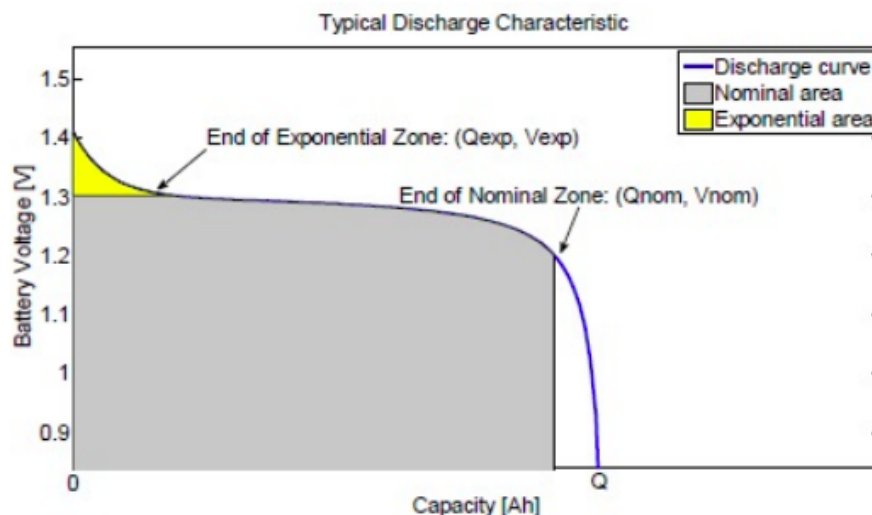
## Apéndice A

# Futuras mejoras en modelado de baterías

En el prisma de este proyecto se ha justificado un modelado de las baterías implementadas en la plataforma híbrida con la premisa fundamental de reflejar la caída en el voltaje con la capacidad consumida y los "offset" entre curvas en la zona aproximadamente lineal dependiendo de la intensidad a la que se descargue hasta el corte de la descarga a una tensión en las celdas de 3V. Ello no quita la posibilidad de en futuros proyectos tratar de implementar un modelado algo más complejo y más fidedigno a lo que en la realidad se registra en la descarga de las baterías.

Sin duda alguna, como en cualquier problema de ingeniería, una mayor precisión va aparejada de una mayor complejidad, y es que por norma general los modelados de celdas de mayor entente precisan a menudo de información para caracterizar las celdas de la que solo goza el fabricante o que podría ser obtenida por medio de ensayos.

En este sentido, una buena opción a la hora de modelar las baterías es el conocido como *modelo de Shepherd mejorado*, que pese a su mejoría cuenta con algunas limitaciones. La idea básica en la que se sustenta el modelo de Shepherd es, teniendo en mente la forma de la curva característica de descarga de una batería frente a su capacidad, establecer una ley de descarga que divida a estas curvas en tres secciones bien diferenciadas, las cuales quedan limitadas por dos puntos característicos como son el punto del fin de la zona exponencial y el del final de la zona nominal.



**Figura A.1** Curva característica de descarga con divisiones según el modelo de Shepherd.

Como se aprecia en la figura anterior, la primera región permite caracterizar de forma exponencial la caída súbita que el voltaje experimenta nada más iniciarse la descarga. Por contra, dicha caída se

despreciaba en el modelo que en su momento fue analizado, asumiéndose que la descarga comenzaba tras esta fase exponencial a una tensión dependiente de la intensidad de descarga de partida.

La zona nominal queda modelada de manera más plana de lo que ocurría en la sección 2.1.1. En cuanto al final de la zona nominal, este punto marca el comienzo de una brusca caída del voltaje de la celda, que por cuestiones de seguridad se tratará de evitar alcanzar y por preservar el tiempo de vida de las mismas no se debe superar. El modelo del proyecto únicamente permitía descargar hasta dicho instante y en ningún caso modelaba la caída posterior.

Como se comentó en un principio, el modelo de Shepherd cuenta con restricciones que salen a relucir aún más en un ámbito dinámico y altamente cambiante como puede ser un proceso de descarga en una aeronave de propulsión híbrida, donde las demandas de potencia están continuamente cambiando y en base a ello (puesto que el número de celdas en serie y paralelo está fijado para una misión) la intensidad. Este modelo no sopesa entre otros aspectos la variabilidad de la capacidad máxima alcanzable con el cambio en la intensidad de descarga durante la zona nominal. Éste es conocido como el *efecto Peukert*, un fenómeno que sin embargo sí que se aprecia en las curvas de descarga del fabricante pues conforme aumenta la intensidad de descarga será tanto menor la capacidad a la que se alcancen los 3V fijados como límites. Otro aspecto condicionante del modelo de Shepherd es el que la resistencia interna de la batería sea supuesta constante a lo largo de todo el proceso, sin considerar el que pueda depender de la capacidad instantánea o de las variaciones en la temperatura interna. Es ello, de hecho, lo que motiva que las curvas del fabricante no sean tan planas como las propuestas con este modelado.

Este apéndice tiene en cierto modo como objetivo el tratar de dar una pincelada de lo que podría ser una caracterización más fehaciente del comportamiento de las baterías en una aeronave híbrida, incluyendo casuísticas que no son ni tan siquiera contempladas por el modelo de Shepherd.

## A.1 Modelo de Shepherd

El modelo de Shepherd permite calcular el voltaje de la batería a partir de una estimación del voltaje a circuito abierto de ésta y de su resistencia interna. Para dicho modelo se requiere también de una serie de parámetros internos que habrán de ser estimados.

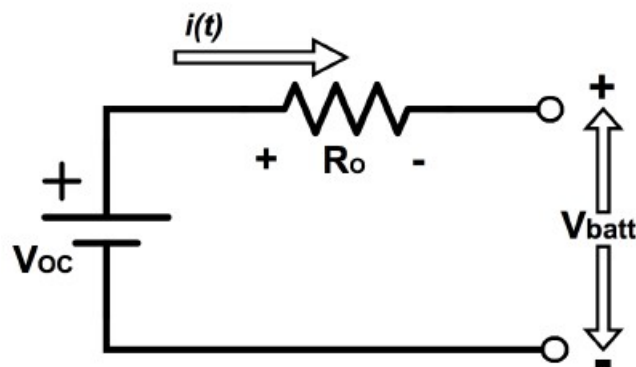


Figura A.2 Circuito interno de una batería.

$$V_{bat} = V_{oc} - K \cdot \frac{Q}{Q - \int I dt} - R \cdot I + A \cdot \exp\left(-B \int I dt\right)$$

donde los parámetros considerados son los siguientes:

- $V_{oc}$ : voltaje constante de la batería
- $K$ : voltaje de polarización
- $Q$ : capacidad máxima de la batería
- $\int I dt$ : Capacidad descargada de la batería
- $A$ : voltaje del inicio de la zona exponencial
- $B$ : inverso de la constante de tiempo de la zona exponencial  $(Ah)^{-1}$
- $R$ : Resistencia interna de la batería ( $\Omega$ )
- $I$ : intensidad de descarga instantánea ( $A$ )

#### A.1.1 Estimación de los datos del modelo

La resistencia interna de las celdas toma un valor de  $R = 0.04\Omega$  según una fuente dedicada al ensayo de distintos modelos de baterías en el mercado. No obstante, su valor podría haber sido estimado a partir de la expresión que a continuación se muestra:

$$R = V_{nom} \cdot \frac{1 - \eta}{0.2 \cdot Q_{nom}} \approx 0.035 \Omega$$

con  $Q_{nom}$  la capacidad nominal de la celda. La dificultad de esta ecuación radica en dar con un valor adecuado para la eficiencia de las baterías que en el caso de aquellas de tipo Ion-Li suele rondar rendimientos de  $\eta = 99.5\%$ .

En la extracción de los restantes parámetros del modelo se necesita conocer tres puntos o estados de la batería: el voltaje para un valor de carga máximo, el final de la zona exponencial (voltaje y carga) y el final de la zona nominal (voltaje y carga).

El parámetro  $A$ , que equivale a la caída de potencial durante la zona exponencial, se calcula como:

$$A = V_{max} - V_{exp}$$

siendo  $V_{max} = 4.2V$  y  $V_{exp} = V_{max} - 0.022 \cdot (I - 2.5)$  para el modelo UR18650NSX de Panasonic considerado.

Para el parámetro  $B$ , se puede emplear la siguiente estimación:

$$B = \frac{3}{Q_{exp}} = 30 (Ah)^{-1}$$

Prosiguiendo con la constante  $K$ , se caracteriza por medio de la siguiente relación:

$$K = 0.065 \cdot \left( \frac{V_{max} - V_{nom} + A \cdot (\exp(-B \int I dt) - 1) \cdot (Q - Q_{nom})}{Q_{nom}} \right)$$

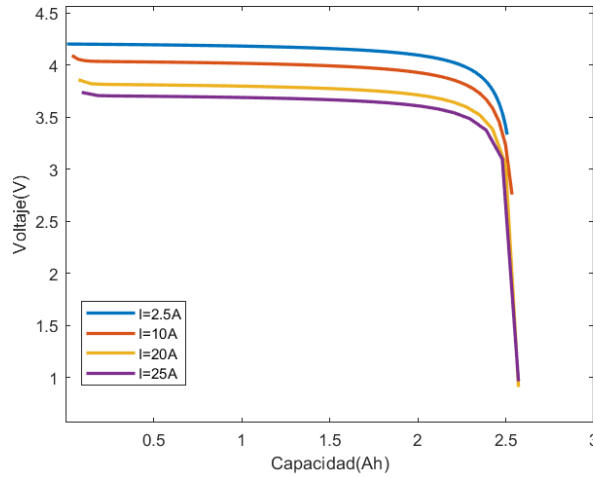
donde  $Q = 2.6Ah$  y  $Q_{nom} = 2.45 - 0.0192 \cdot (I - 2.5)$ .

Por último, se está en disposición de estimar la constante de voltaje o voltaje de circuito abierto de la batería como

$$V_{oc} = V_{max} + K + R \cdot I - A$$

Como se puede apreciar en los datos empleados, la capacidad nominal no es una constante, sino que pasa a depender de la intensidad a la que se descargue. Este modelo requiere de la implementación de una ley de interpolación de la capacidad con la intensidad que puede ser deducido a partir del datasheet proporcionado por el fabricante y considerando una variación lineal con pendiente promedio. Ello posibilita la incorporación del efecto Peukert que, como se comentó, el modelo de Shepherd original no incorpora entre sus atributos. La metodología que por su parte se emplea en la estimación de la tensión de fin de la zona exponencial es tremendamente similar a la del modelo inicial.

El modelo de Shepherd implica una zona nominal muy plana como consecuencia de que no considera la variación que sufre la resistencia interna. La figura que a continuación se adjunta reflejaría el modelado de las baterías explicado hasta hora con una resistencia interna constante.



**Figura A.3** Curva de descarga con modelo de Shepherd y  $R_{int}$  constante.

Es más que evidente que este proceso de descarga difiere bastante del real en su zona nominal por ser su tendencia mucho más plana y peor la estimación ante intensidades elevadas. Por esta razón, se decidió tratar de caracterizar de algún modo una resistencia interna variable en base a las condiciones de trabajo.

La resistencia interna en una batería suele quedar definida por una serie de constantes que junto a la temperatura interna y la capacidad de la celda en ese instante determinen el valor en ohmios de la resistencia.

$$R = c_1 \cdot T + c_2 \cdot \int I dt + c_3$$

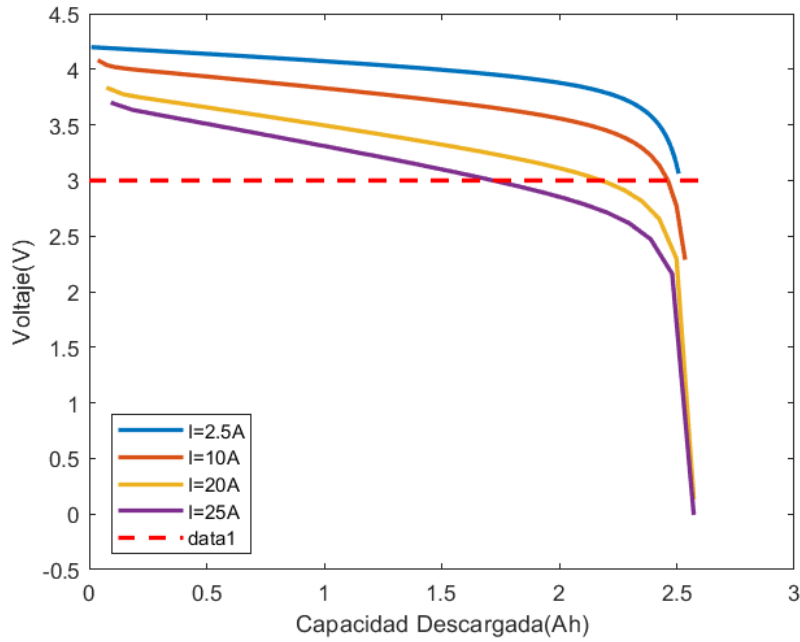
A partir de las fichas proporcionadas por el fabricante se extrae el modo en que la temperatura interna de las baterías se modifica con la capacidad de las mismas. Ello sirvió de base para obtener una nueva ley dependiente de un parámetro  $c_R$ , que multiplicado por la capacidad descargada en cada momento, proporcione la variación de la resistencia interna con la temperatura.

$$c_R = \frac{T_{max}(I) - 25}{2.6 \cdot \Delta T_{max}} \cdot R_i$$

Si a continuación este efecto es incluido en la expresión para el cálculo de la tensión en la batería, queda:

$$V_{bat} = V_{oc} - K \frac{Q}{Q - \int I dt} - \underbrace{(R_i + c_R \cdot \int I dt)}_R \cdot I + A \cdot \exp\left(-B \int I dt\right)$$

Si de igual modo que se hizo para el caso de resistencia interna constante, se representa la curva de descarga de las baterías con la consideración de resistencia dependiente de la capacidad y temperatura, se llega a un resultado mucho más realista y que salvo nimiedades es igual al proporcionado por el fabricante.



**Figura A.4** Curva de descarga con modelo de Shepherd y  $R_{int}$  variable.



## Apéndice B

# Tablas generalizadas para turbomáquinas y hélice fuera de diseño

## B.1 Compresor

Tabla B.1 Gasto corregido en compresor.

$\beta$ $N_c$	0	0.07143	0.14286	0.21429	0.28571	0.35714	0.42857	0.5	0.57143	0.64286	0.71429	0.78571	0.85714	0.92857	1
0.1	26.4	24	21	19.4	18	17.2	16.2	14.7	14.2	13.6	12.9	12.3	11.2	9.6	7.5
0.2	28.71	26.91	24.38	22.14	20.95	20.13	18.96	17.68	16.75	15.72	14.9	13.94	13.22	11.44	9
0.3	30.98	29.59	27.68	25.76	24.81	23.96	22.91	22.01	21.08	20.15	19.38	18.48	17.63	15.7	12.3
0.43	34.54	33.61	32.11	30.49	29.64	28.87	27.84	26.96	26.16	25.13	24.18	23.09	22.13	19.74	15.5
0.56	38.74	38.35	37.16	35.89	35.12	34.34	33.32	32.41	31.48	30.26	29.12	27.96	26.73	23.78	18.5
0.69	44.12	43.99	43.61	42.81	42.22	41.55	40.73	39.73	37.78	37.58	36.4	35	33.61	30.23	23.8
0.82	50	50	49.9	49.37	48.85	48.34	47.54	46.65	45.64	44.25	42.95	41.35	39.69	35.94	28.7
0.95	56.75	56.75	56.75	56.38	56.03	55.52	54.72	53.7	52.65	51.29	49.72	47.96	46.11	41.62	33.2
1.08	63.36	63.36	63.36	63.22	62.93	62.56	61.92	61.13	60.26	58.87	57.56	55.75	53.8	49.1	39.5
1.2	69	69	68.9	68.6	68.45	67.85	67.5	67	66	64.75	63.5	61.75	60	55.5	45.8

Tabla B.2 Rendimiento isentrópico en compresor.

$\beta$ $N_c$	0	0.07143	0.14286	0.21429	0.28571	0.35714	0.42857	0.5	0.57143	0.64286	0.71429	0.78571	0.85714	0.92857	1
0.1	0.6515	0.6624	0.6704	0.6725	0.6728	0.6734	0.674	0.6718	0.671	0.6704	0.6699	0.6698	0.6689	0.6682	0.6657
0.2	0.65	0.66	0.6745	0.68	0.6807	0.6807	0.68	0.6793	0.6776	0.677	0.6764	0.6755	0.6751	0.6716	0.6695
0.3	0.6463	0.659	0.6751	0.6832	0.6853	0.6855	0.6859	0.6864	0.6866	0.6863	0.686	0.6854	0.6851	0.6838	0.68
0.43	0.639	0.6533	0.6755	0.6854	0.6901	0.6943	0.6957	0.6965	0.697	0.697	0.6966	0.6964	0.695	0.6924	0.6863
0.56	0.6335	0.647	0.665	0.6875	0.6965	0.7045	0.7059	0.7086	0.71	0.71	0.7097	0.7093	0.7074	0.7025	0.6936
0.69	0.62	0.6335	0.65	0.68	0.698	0.7145	0.725	0.731	0.7345	0.7373	0.7374	0.7363	0.7324	0.7235	0.7057
0.82	0.6005	0.617	0.635	0.6605	0.692	0.7175	0.737	0.7513	0.7625	0.767	0.7674	0.7657	0.7619	0.7507	0.7189
0.95	0.5795	0.5885	0.605	0.635	0.65	0.6875	0.725	0.7625	0.7913	0.8	0.8	0.7957	0.7903	0.7759	0.7265
1.08	0.555	0.56	0.572	0.5885	0.605	0.635	0.68	0.74	0.8	0.815	0.8195	0.8165	0.8135	0.785	0.7175
1.2	0.53	0.5345	0.545	0.5525	0.56	0.5735	0.605	0.635	0.74	0.7925	0.809	0.8045	0.791	0.755	0.68

Tabla B.3 Relación de compresión en compresor.

$\beta$ $N_c$	0	0.07143	0.14286	0.21429	0.28571	0.35714	0.42857	0.5	0.57143	0.64286	0.71429	0.78571	0.85714	0.92857	1
0.1	0.93511	0.96672	0.98631	1.00146	1.00494	1.00974	1.01421	1.0104	1.01743	1.02172	1.02371	1.02681	1.02376	1.02451	1.03058
0.2	0.93818	0.97481	1.002	1.01579	1.02214	1.02843	1.03367	1.03278	1.03852	1.0469	1.04289	1.04372	1.04608	1.04838	1.05669
0.3	0.9412	0.98226	1.01376	1.03472	1.04464	1.05286	1.06152	1.0653	1.07433	1.0834	1.08585	1.09053	1.09481	1.10363	1.11414
0.43	0.9454	0.99344	1.03197	1.05946	1.0728	1.08419	1.09627	1.10247	1.11634	1.12491	1.13189	1.13806	1.14454	1.15603	1.16986
0.56	0.95152	1.00661	1.05273	1.0877	1.10475	1.11909	1.13491	1.1434	1.16034	1.17083	1.17926	1.18827	1.19537	1.20843	1.22209
0.69	0.95868	1.02229	1.07924	1.1239	1.14614	1.16509	1.18715	1.19837	1.22071	1.23634	1.24908	1.26085	1.27139	1.29208	1.31436
0.82	0.9665	1.039	1.10509	1.15821	1.1848	1.20841	1.23516	1.25034	1.27744	1.29504	1.31189	1.32632	1.33857	1.36614	1.39967
0.95	0.97548	1.05777	1.13324	1.19487	1.22665	1.25422	1.28578	1.30329	1.33542	1.35905	1.37681	1.39447	1.40952	1.43981	1.47801
1.08	0.98427	1.07614	1.16041	1.23064	1.26688	1.29913	1.33654	1.35909	1.39835	1.42689	1.452	1.47478	1.49449	1.53683	1.58769
1.2	0.99177	1.09182	1.18318	1.25878	1.29906	1.33288	1.37587	1.40317	1.44582	1.47951	1.50896	1.53664	1.563	1.61984	1.69738

Tabla B.4 Entrada en bombeo en compresor.

Surge Point Mass Flow		11.75	13.58	18.055	22.61	27.345	34.51162	40.83405	47.385	55.53919	61.56081
Parámetro	1	1.02549	1.04503	1.09283	1.14147	1.19204	1.26479	1.33039	1.39944	1.47705	1.53962

## B.2 Turbina de alta

**Tabla B.5** Gasto corregido en turbina de alta.

$\beta \backslash N_c$	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
<b>0.4</b>	11.79	17.52188	19.54688	19.99406	20.11125	20.12484	20.11313	20.09656	20.08
<b>0.5</b>	11.77	17.50359	19.45844	19.94703	20.09188	20.12	20.11313	20.09828	20.09
<b>0.6</b>	11.75	17.3	19.36	19.89	20.06938	20.11516	20.12	20.12	20.12
<b>0.7</b>	11.73	17.09422	19.21188	19.79156	20.0275	20.10547	20.12	20.12	20.12
<b>0.8</b>	11.71	16.69922	19.07406	19.71172	19.99188	20.08547	20.1	20.1	20.1
<b>0.9</b>	11.69	16.30172	18.80906	19.57922	19.88875	20.02672	20.09375	20.1	20.1
<b>1</b>	11.69	15.98406	18.58188	19.42656	19.79688	19.96703	20.05063	20.07	20.07
<b>1.1</b>	11.71	15.65047	18.35406	19.25672	19.685	19.87703	19.9675	20.00172	20.01
<b>1.2</b>	11.73	15.77078	18.0475	19.04125	19.54	19.76734	19.87438	19.92344	19.94

**Tabla B.6** Rendimiento isentrópico en turbina de alta.

$N_c \backslash \beta$	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
<b>0.4</b>	0.55	0.78391	0.875	0.75	0.70625	0.55	0.78391	0.75875	0.72563
<b>0.5</b>	0.56	0.84375	0.77875	0.74563	0.72625	0.70711	0.69156	0.68414	0.68
<b>0.6</b>	0.56	0.88977	0.82844	0.78703	0.75938	0.74227	0.73156	0.71914	0.715
<b>0.7</b>	0.56	0.90297	0.89375	0.86063	0.8275	0.80211	0.78313	0.76914	0.765
<b>0.8</b>	0.56	0.88414	0.91906	0.89422	0.87075	0.85169	0.83581	0.81911	0.81
<b>0.9</b>	0.55	0.82519	0.92397	0.92314	0.91063	0.89984	0.88469	0.86656	0.85
<b>1</b>	0.54	0.77945	0.89622	0.92852	0.93194	0.92584	0.91688	0.90242	0.89
<b>1.1</b>	0.47	0.71656	0.86203	0.91586	0.93463	0.93848	0.93594	0.92828	0.88453
<b>1.2</b>	0.39	0.60672	0.79344	0.88453	0.922	0.93664	0.94306	0.93825	0.925

**Tabla B.7** Presión mínima turbina de alta.

[illegible]



### B.3 Turbina de baja

## B.4 Hélice

Tabla B.11 Rendimiento propulsivo de la hélice.

$\eta = 0.30$		$\eta = 0.40$		$\eta = 0.50$		$\eta = 0.60$		$\eta = 0.70$		$\eta = 0.80$		$\eta = 0.85$		$\eta = 0.875$		$\eta = 0.90$	
<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$
0.443	2.000	0.623	2	0.925	2	1.12	2	1.45	2	1.91	2	2.25	2	2.59	2	3.05	2
0.432	1.88	0.612	1.90	0.904	1.92	1.08	1.88	1.36	1.78	1.76	1.79	2.13	1.79	2.43	1.78	2.98	1.91
0.402	1.74	0.581	1.74	0.884	1.82	1.06	1.76	1.21	1.44	1.57	1.44	1.95	1.44	2.33	1.64	2.92	1.83
0.381	1.60	0.561	1.63	0.865	1.76	1.01	1.63	1.10	1.16	1.41	1.14	1.82	1.11	2.22	1.43	2.86	1.73
0.35	1.43	0.52	1.43	0.816	1.64	0.954	1.44	1.01	0.957	1.33	0.927	1.76	0.883	2.11	1.22	2.83	1.63
0.32	1.31	0.50	1.32	0.786	1.52	0.925	1.34	0.955	0.799	1.25	0.606	1.74	0.734	2.06	1.08	2.79	1.52
0.309	1.19	0.479	1.19	0.756	1.43	0.884	1.17	0.924	0.631	1.25	0.462	1.73	0.64	2.06	0.983	2.80	1.42
0.28	1.09	0.44	1.09	0.736	1.34	0.855	1.07	0.922	0.492	1.28	0.333	1.75	0.514	2.10	0.906	2.84	1.34
0.25	0.992	0.41	0.982	0.686	1.17	0.816	0.967	0.92	0.372	1.33	0.237	1.80759	0.4033	2.13	0.839	2.89	1.29
0.229	0.882	0.39	0.891	0.656	1.06	0.795	0.871	0.965	0.199	1.45	0.193	1.88	0.36	2.19	0.786	2.94	1.23
0.209	0.796	0.369	0.762	0.627	0.967	0.756	0.775	1.05	0.113	1.60	0.169	2	0.355	2.26	0.752	3.02	1.20
0.189	0.666	0.349	0.656	0.597	0.862	0.736	0.646	1.18	0.0835	1.88	0.211	2.12	0.379	2.36	0.728	3.12	1.20
0.169	0.580	0.319	0.546	0.567	0.756	0.696	0.540	1.37	0.0735	2.26	0.321	2.3842	0.4835	2.45	0.733	3.22	1.22
0.158	0.503	0.308	0.455	0.547	0.651	0.676	0.411	1.79	0.12	2.70	0.483	2.57	0.565	2.59	0.761	3.28	1.27
0.148	0.431	0.289	0.388	0.517	0.526	0.646	0.296	2.41	0.263	3.23	0.688	3.05	0.822	2.74	0.814	3.38	1.33
0.137	0.374	0.268	0.306	0.477	0.383	0.635	0.214	2.84	0.358	3.66	0.859	3.50	1.06	2.90	0.895	3.53	1.51
0.118	0.311	0.258	0.234	0.457	0.267	0.634	0.147	3.42	0.505	3.82	0.921	3.80	1.23	3.13	1.03	3.68	1.68
0.0973	0.211	0.238	0.143	0.446	0.152	0.643	0.0848	3.80	0.614	3.95	0.979	3.97	1.33	3.35	1.18	3.77	1.82
0.0865	0.115	0.227	0.0762	0.445	0.0805	0.651	0.0368	4.06	0.681	4.10	1.04	4.08	1.39	3.65	1.40	3.85	1.92
0.0566	$-1.36 \cdot 10^{-4}$	0.217	$-5.20 \cdot 10^{-4}$	0.453	$3.71 \cdot 10^{-3}$	0.651	$3.24 \cdot 10^{-3}$	4.2	0.729	4.19	1.08	4.20	1.46	4.20	1.87	3.88	2

Tabla B.12 Ángulo de ataque de la hélice.

$\alpha = 31.5$		$\alpha = 27.1$		$\alpha = 22.5$		$\alpha = 17.3$		$\alpha = 12.1$	
<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$	<b>J</b>	$C_p$
0.156	1.72	0.199	1.43	0.300	1.19	0.269	0.987	0.189	0.666
0.392	1.74	0.341	1.43	0.460	1.19	0.419	0.977	0.349	0.661
0.581	1.74	0.511	1.44	0.696	1.18	0.608	0.972	0.547	0.651
0.846	1.76	0.766	1.44	0.875	1.17	0.806	0.967	0.726	0.646
1.05	1.76	0.954	1.44	1.08	1.15	1.00	0.952	0.924	0.631
1.36	1.78	1.21	1.45	1.42	1.14	1.31	0.942	1.25	0.611
1.77	1.79	1.58	1.44	1.82	1.11	1.74	0.878	1.49	0.572
2.13	1.79	1.94	1.43	2.07	1.08	1.98	0.839	1.75	0.514
2.42	1.78	2.21	1.43	2.33	1.05	2.22	0.772	1.93	0.456
2.85	1.73	2.48	1.41	2.55	1.01	2.34	0.719	2.02	0.417
3.09	1.69	2.95	1.34	2.91	0.895	2.45	0.646	2.13	0.383
3.32	1.60	3.23	1.25	3.06	0.818	2.58	0.569	2.27	0.321
3.51	1.50	3.36	1.18	3.24	0.688	2.66	0.521	2.35	0.282
3.65	1.41	3.50	1.07	3.31	0.616	2.71	0.483	2.42	0.258
3.78	1.25	3.59	0.970	3.43	0.510	2.78	0.435	2.49	0.224
3.94	0.979	3.66	0.859	3.52	0.409	2.83	0.391	2.57	0.195
4.06	0.691	3.79	0.610	3.64	0.298	2.96	0.285	2.63	0.166
4.12	0.484	4.01	0.201	3.79	0.154	3.19	0.117	2.75	0.118

# Bibliografía

---

- [1] *Batería - Concepto, tipos de baterías y cómo funcionan*, <https://concepto.de/bateria/>.
- [2] *Battery Management Systems–Part 3: Battery Charging Methods* | Engineering.com, <https://www.engineering.com/story/battery-management-systemspart-3-battery-charging-methods>.
- [3] *Emisiones de aviones y barcos: datos y cifras (infografía)* | Noticias | Parlamento Europeo, <https://www.europarl.europa.eu/news/es/headlines/society/20191129STO67756/emisiones-de-aviones-y-barcos-datos-y-cifras-infografia>.
- [4] *Flightradar24: Live Flight Tracker - Real-Time Flight Tracker Map*, <https://www.flightradar24.com/46.9,6.27/8>.
- [5] *Funcionamiento básico del motor eléctrico* | Actualidad Motor, <https://www.actualidadmotor.com/funcionamiento-bsico-del-motor-elctrico/>.
- [6] *Test of Sanyo UR18650NSX 2600mAh (Red)*, <https://lygte-info.dk/review/batteries2012/SanyoUR18650NSX2600mAh{%}28Red{%}29UK.html>.
- [7] A. Abdelhafez and A. Forsyth, *A Review of More-Electric Aircraft*, Int. Conf. Aerosp. Sci. Aviat. Technol. **13** (2009), no. AEROSPACE SCIENCES, 1–13.
- [8] ATR, *Atr 72-600 10.77*, (2021), 22–23.
- [9] Method Charging, Voltage Current, Time Weight, Charge Temperature, Discharge Storage, Minimum Typical Std, and Volumetric Gravimetric, *Specifications for NCR18650GA Specifications Discharge rate characteristics of NCR18650GA*, no. 1, 65–68.
- [10] E V Bi-directional Dc-dc, *EV Bi-Directional DC-DC*.
- [11] EMRAX d.o.o., *Technical Data and Manual for EMRAX Motors / Generators*, (2018), 51.
- [12] Antonio Franco Espín and Damián Rivas Rivas, *Apuntes de Fundamentos de Propulsión*, Universidad de Sevilla, 2016.
- [13] John Henry, *Operating manual*, TLS - Times Lit. Suppl. (2016), no. 5911, 29.
- [14] Julian Hoelzen, Yaolong Liu, Boris Bensmann, Christopher Winnefeld, Ali Elham, Jens Friedrichs, and Richard Hanke-Rauschenbach, *Conceptual design of operation strategies for hybrid electric aircraft*, Energies **11** (2018), no. 1, 1–26.
- [15] David G. Hull, *Fundamentals of airplane flight mechanics*, 2007.

- [16] Francisco José Jiménez-Espadafor, *Apuntes de Motores de Aeronaves*, Universidad de Sevilla, 2019.
- [17] Francisco José Jimenez-Espadafor, Juan José Ruiz Marín, José A. Becerra Villanueva, Miguel Torres García, Elisa Carvajal Trujillo, and Francisco José Florencio Ojeda, *Infantry mobility hybrid electric vehicle performance analysis and design*, Appl. Energy **88** (2011), no. 8, 2641–2652.
- [18] Hepperle Martin, *Electric Flight - Potential and Limitations*, AVT-209 Work. Lisbon (2012), 1–30.
- [19] Nimh Nicd and Herman Fernández, *Modelo genérico para arreglos simples de baterías VRLA , Li-Ion , NiMH y NiCd*, (2015), no. May 2014.
- [20] E L Toolbox D E Optimizaci and D E L Programa Matlab, *Capítulo 5 la función*, 57–74.
- [21] Committee Propulsion, Energy Systems, Commercial Aviation, Carbon Emissions, Space Engineering Board, Division Engineering, Physical Sciences, and National Academies, *Commercial aircraft propulsion and energy systems research: Reducing global carbon emissions*, Commer. Aircr. Propuls. Energy Syst. Res. Reducing Glob. Carbon Emiss. (2016), 1–122.
- [22] Daniel Raymer, *Aircraft Design: A Conceptual Approach, Sixth Edition and RDSwin Student SET*, 2019.
- [23] Jan Otto Reimers, *Feasibility study by Green Future AS*, (2018), no. March.
- [24] Damián Rivas Rivas, *Apuntes de Mecánica del Vuelo*, Universidad de Sevilla, 2013.
- [25] Arne Seitz, Oliver Schmitz, Askin T Isikveren, and Mirko Hornung, *Electrically Powered Propulsion: Comparison and Contrast to Gas Turbines*, Dtsch. Luft- und Raumfahrtkongress 2012 (2012), 1–14.
- [26] Power Battery Specifications, *TS-LFP60AHA*, 3–4.
- [27] Junzi Sun, Jacco M. Hoekstra, and Joost Ellerbroek, *Aircraft drag polar estimation based on a stochastic hierarchical model*, SESAR Innov. Days (2018), no. December.